

I-13

種々の正六角形トラストームの分岐座屈現象の類似性

長岡技術科学大学 正員 ○池田清宏
 積水ハイム 松下省吾
 長岡技術科学大学 正員 鳥居邦夫

1. まえがき

はりのオイラー座屈、ドームの分岐座屈等に代表例される分岐座屈現象は対称性の喪失に起因する不安定現象である。近年、応用数学者(藤井他、参考文献1)は、ある種の分岐現象が平面図形の対称性を表わす対称群(二面体群、回転群)に共変であることを証明している。ここに、ある系がある対称群に共変であるとは、その系の対称性がその対称群に統制されていることを示す。著者等はこの理論を発展させ、トラストーム構造物の分岐現象の体系的な記述に応用した(文献2、3、4参照)。この結果、図1に示す正多角形トラストームが正 n 角形の幾何学的対称性を表わす n 次の二面体群(D_n)に共変であり、分岐経路の階層構造は D_n の部分群構造に相似であることを明らかにした。本報告はこの群論的記述法をより複雑な形状のドーム構造物の分岐現象の記述に適用することを目的とする。

2. 分岐モードの記述

6次の二面体群(D_6)は下記の12個の要素から構成される群である。

$$\sigma_j \text{ and } \tau\sigma_j \quad j=1, 2, \dots, 6 \quad (1)$$

ここに、 σ_j は $60(j-1)$ 度の原点回りの回転に関する回転対称性を、 $\tau\sigma_j$ は $-30(j-1)$ 度の角度で y 軸と原点で交わる直線に関する線対称性をそれぞれ表わす。この群は以下に示す10種類の部分群を持つ(各々の部分群はそれぞれ異なる分岐モードに対応する)。

$$\begin{array}{ll} D_6 & : \text{完全対称モード} \\ C_6, C_3, C_2 & : \text{回転対称モード} \\ E & : \text{非対称モード} \end{array} \quad \begin{array}{ll} D_{6/L}, D'_{6/L} & : 3 \text{ 軸線対称モード} \\ D_2^j & : 2 \text{ 軸線対称モード} \\ D_1^{j-1}, D_1^{2j} & : 1 \text{ 軸線対称モード} \end{array} \quad (2)$$

これらの部分群の部分群関係を図2に示す。ここに、 $S \rightarrow T$ は群 T が群 S の部分群であることを示す。群 D_6 に共変な系の主釣り合い経路は D_6 に共変であり、またその分岐経路は D_6 の部分群に共変である。

3. 数値解析

図3に示す3種類のドームは全て、6本の線対称軸を持ち、 $60(j-1)$ 度の回転に関して点対称である。従って、これらのドームは全て6次の二面体群 D_6 に共変である。ゆえに、これらのドームの主釣り合い経路は D_6 に、分岐経路は式(2)に示した部分群に共変であり、また分岐経路の階層構造は図2に示す D_6 の部分群構造に従うことが理論的に予想できる。

この検証のために、軸対称鉛直荷重に対するこれらのドームの釣り合い経路を求め、図4に示した。図中、(●)、(○)、(△)は分岐点を表わし、異なる種類の線を用いることにより分岐経路のタイプを示している。この図から明らかなように、これらのドームの分岐現象は全て前述の予想に従って起こっている。これらのドームは異なる幾何形状を有し、異なる力学的特性を持っているにもかかわらず、分岐モードの種類、分岐経路の階層構造は全く同一であった。このことは、これらのドームが群 D_6 に共変であるという共通の幾何学的、群論的特性を持つことに起因している。分岐現象において、対象とする系がどの群に共変であるかということが現象の定性的側面を支配しているといえよう。

4. 結論

群論を用いた分岐記述法により、幾何学的対称性の喪失に起因する分岐座屈現象の定性的側面を先験的に知ることができる。例えば、あるトラストームの分岐モードや分岐経路の階層構造等はそのドームの幾何形状から予測できる。また、この記述法により分岐現象の定性的側面を見通す直感力を培うことが出来る。

