

I-10 Lagrange表現の支配方程式に基づく充実断面空間棒材の有限変位解析

川崎重工業株式会社 正員 森川裕史
 名古屋工業大学 正員 後藤芳顕
 名古屋工業大学 正員 松浦 聖

【1. まえがき】

変位の大きさに制限を付けない空間棒材の有限変位解析では、部材の有限回転を考慮せねばならず高次非線形の問題となり、定式化の過程はかなり複雑なものとなる。したがって、厳密な意味での解析はいうまでもなく、支配方程式の定式化すら容易ではない。このため、空間棒材の有限変位解析では、剛体回転を除去することにより近似化した支配微分方程式を用いる、いわゆる剛体変位除去の手法が主流で、Lagrange表現の厳密な支配方程式をもとに解析されることは少ない。著者らは、すでに変形成分を用いた新しい定式化手法より、充実断面空間棒材の厳密な支配方程式を誘導し、さらに、これらの支配方程式からテーラー展開法を用い、直接誘導した伝達型の離散化式も一部示している¹⁾。ここでは、上記の基本式のうち、微小ひずみ・有限変位の式に、伝達マトリックス法を適用して、数値計算を行った結果について報告する。

【2. 伝達マトリックス法による解法】

(1) 非線形伝達式の誘導

空間棒材を有限要素に分割し、 i 、 $i+1$ 節点から成る有限要素を対象に i 節点から $i+1$ 節点へ物理量を移す伝達式を導く。伝達式は微小ひずみの条件下の支配方程式を各物理量に関する1階の常微分方程式に変換した後にテーラー展開法を用い、要素長に関するべき級数で表す。具体的には、この伝達式は物理量を Q とした場合、次のように表される。

$$Q_{i+1} = Q_i + \sum_{n=1}^{\infty} Q_i^{(n)} \cdot \Delta z^n / n!$$

$$\Delta z = z_{i+1} - z_i \quad (1 \cdot a \sim c)$$

$$\{Q\} = \{F_x, F_y, F_z, M_y, -M_x, M_z, u_0, v_0, w_0, [1 \hat{a}b]\}$$

ここで、 F_x, F_y, F_z は節点力、 $M_y, -M_x, M_z$ は節点モーメント、 u_0, v_0, w_0 は変位成分、 $[1 \hat{a}b]$ は回転を表す方向余弦を示す。なお、実際の計算では誤差が累積しない最低限のものということで式(1)は ΔZ の2次までの展開式とする。

(2) 増分型伝達式の誘導

式(1)の伝達式は、非線形項を含み、このまま直接解くことはできない。そこで、この解法にニュートン・ラプソン法を適用する。ここでは、ニュートン・ラプソン法を適用するにあたり、それに必要な増分関係式(増分型伝達式)の誘導を行う。増分型伝達式は式(1)の増分を行うことにより次式のようになる。

$$\Delta Q_{i+1} = \Delta Q_i + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta Q_i^{(n)} \Delta z^n / n! \quad (2 \cdot a, b)$$

$$\{\Delta Q_i\} = \{\Delta F_x, \Delta F_y, \Delta F_z, \Delta M_y, -\Delta M_x, \Delta M_z, \Delta u_0, \Delta v_0, \Delta w_0, \Delta \alpha_x, \Delta \alpha_y, \Delta \alpha_z\}$$

ここで、 $\Delta \alpha_x, \Delta \alpha_y, \Delta \alpha_z$ はベクトルの合成、分解が可能な x, y, z 軸まわりの微小増分回転角で解析の便を考え、方向余弦の増分 $[1 \hat{a}b]$ に代えて採用している。なお、方向余弦の増分と微小増分回転角とは、増分量が微小であるという前提のもとで、次式に示す1対1の関係が成立する。

$$[\Delta l_{ab}] = \begin{bmatrix} l_{yy}^1 l_{zz}^1 - l_{zy}^1 l_{yz}^1, & l_{yz}^1 l_{zx}^1 - l_{zz}^1 l_{yx}^1, & l_{yx}^1 l_{zy}^1 - l_{zx}^1 l_{yy}^1 \\ l_{zy}^1 l_{xz}^1 - l_{xz}^1 l_{yz}^1, & l_{zz}^1 l_{xx}^1 - l_{zx}^1 l_{xz}^1, & l_{zx}^1 l_{xy}^1 - l_{xx}^1 l_{zy}^1 \\ l_{xy}^1 l_{yz}^1 - l_{yz}^1 l_{xy}^1, & l_{xz}^1 l_{yx}^1 - l_{yx}^1 l_{xz}^1, & l_{xx}^1 l_{yy}^1 - l_{yx}^1 l_{xy}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0, & \Delta \alpha_z, & -\Delta \alpha_y \\ -\Delta \alpha_z, & 0, & \Delta \alpha_x \\ \Delta \alpha_y, & -\Delta \alpha_x, & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

【3. 数値計算例】

(1) 円弧はりの解析: 図1に示す諸元を持つ円弧はりに面外に変形する荷重Pを載荷した場合について解析する。伝達マトリックス法による計算においては文献(3)と同様に円弧はりを8等分割し、曲線を直線近似した。さらに、解が収束する場合ということで各直線要素を15分割している。解析においては $k (= PR^2/EI)$ を0.0 ~ 7.0まで載荷した。

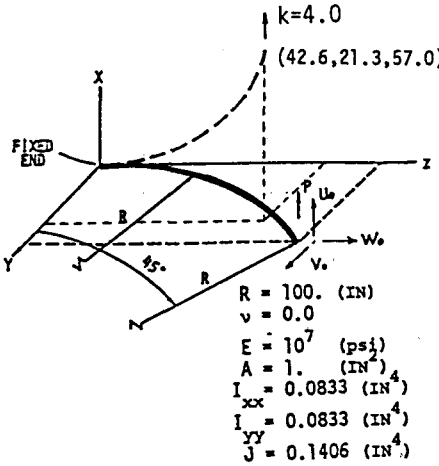


図1 解析モデル(円弧はり)

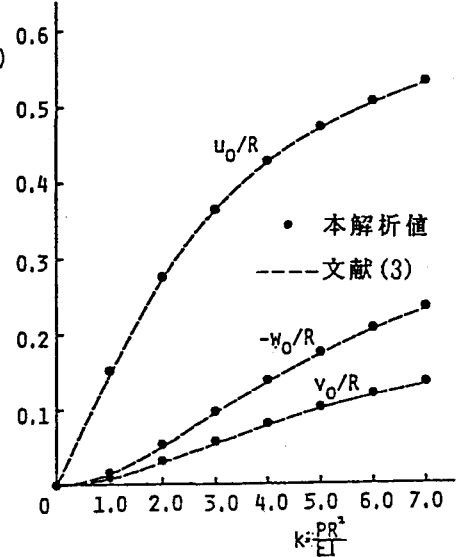


図2は各軸方向の

自由端の変位と荷重の関係を文献(3)の数値と比較したものであり、結果は本解析値と良く一致している。

(2) 立体骨組の解析: 文献(4)で用いられた図3に示す互いに直交する3部材より成る立体骨組の自由端にy軸方向の荷重 F_y を載荷した場合について解析する。計算においては、各部材ごとについて100分割している。さらに、解析においては F_y を0~200tまで載荷した。結果として、各軸方向の自由端の変位と荷重の関係を図3に示している。

【4. 参考文献】

(1) 後藤・松浦・長谷川: 構造工学論文集Vol.31A, 1985年3月, pp.183~196 (2) GOTO・MATSUURA・HASEGAWA・NISHINO: PROC. OF JSCE Structural Eng. / Earthquake Eng. Vol.2, No.2 October 1985, pp.119~129 (3) KLAUS JURGEN BATHE・SAID BOLOURCHI: INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHOD IN ENG., Vol.14, 1979, pp.961~986 (4) 後藤茂夫: 土木学会論文報告集第335号, 1983年7月, pp.1~11

図2 荷重と変位の関係

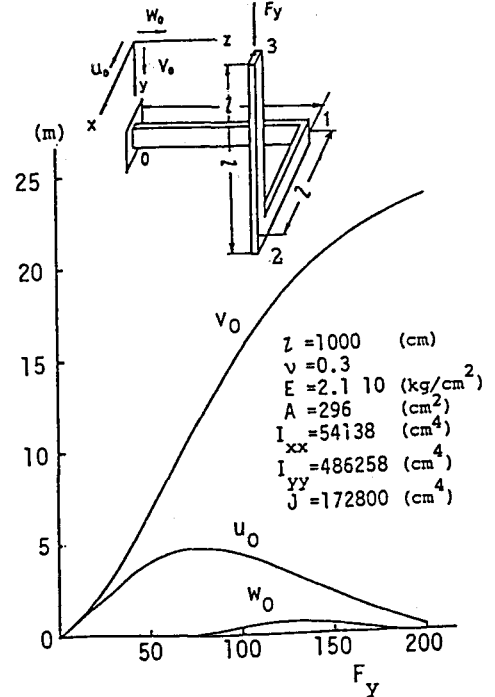


図3 解析モデル(立体骨組)および荷重と変位の関係