

I-8

変位依存型荷重を受ける立体骨組構造物の有限変位挙動

大林組 正員 松野 徹 東京大学 正員 長谷川彰夫
 東京大学 正員 西野 文雄 東京大学 正員 堀井 秀之

1. まえがき 幾何学的非線形性を考慮した薄肉断面部材の剛性方程式は、陽な形で求められている(1)。これは立体骨組構造物を有限要素法により解析する際、基本となるものである。しかし、この剛性方程式は、荷重が変位に依存せず常に一定であると言う条件もとで導かれており、荷重が変位に依存する、つまり荷重が変位の関数となる問題を扱えない。しかし現実の問題となる荷重には、水圧、風など変位に依存するものがある。また、変位依存型荷重は、その依存の仕方によっては非保存力となり、その場合、動的不安定を起こす可能性がある。そこで本研究では、仮想仕事の定理を用いて、荷重の変位依存性を考慮した剛性方程式を誘導し、変位依存型荷重の例として、片持ち柱に対するFollower Forceの問題、及び、風荷重の2つの場合を取り上げ、安定解析(Eulerの方法、微小振動による方法)と応答解析(非線形有限変位解析(4)、初期形状における剛性方程式に基づく線形化有限変位解析(5))を行う。そして、既存の解析結果の検証を行い、変位依存型荷重に対する、一般的で簡易な解析手法の提示を行う。

2. 荷重の変位依存性を考慮した剛性方程式の誘導 薄肉断面の運動場のもとで、仮想仕事式に内挿関数を導入し、線形化有限変位理論を用いると、荷重の変位依存性を考慮した剛性方程式が次のように導かれる。

$$\{F\} = (K_T + K_V + K_S) \{d\} + M \{\ddot{d}\}$$

ここで K_T は幾何剛性も考慮した接線剛性マトリックスであり、文献(1)で陽な形で求められている。 K_V 及び K_S は新しく発生した項であり、それぞれ分布荷重、節点力の変位依存性に起因する荷重剛性マトリックスである。また右辺第4項は物体の運動を示す項であり、 M は質量マトリックスである。この項は運動による慣性力を、体積力として仮想仕事式に加えることにより導かれ、微小振動による安定解析の際、必要となる。

また、剛性マトリックスの対称性と、外力の非保存性の間には関係があり、外力が保存力の時は荷重剛性マトリックスは対称となり、非保存力の時は非対称となる。

3. 荷重モデル 次の2つの変位依存型荷重について荷重剛性マトリックスを求めた。

[1]片持ち柱に対するFollower Force Fig.1に示すように片持ち柱の自由端に常に軸方向を向く荷重が加わっている問題であり、変位依存型荷重の代表として常に引用される問題である(2)。

[2]風荷重 立体骨組構造物において、荷重の変位依存性が問題となる例として、風荷重を考える。風荷重については、文献(3)に基づいて取り扱う。一般に風荷重に対する静的解析を行う際、軸直角方向に吹く風による面内の定常空気力として、抗力、揚力、空力モーメントの3分力を作用させる(Fig.2)。ここで、 C_D 、 C_L 、 C_M は空気力係数であり、断面形状に固有なもので、一般にねじれ角 ϕ の関数として表される。

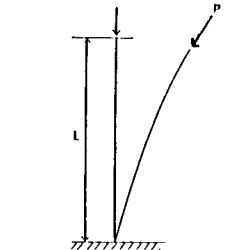


Fig.1 Follower Force

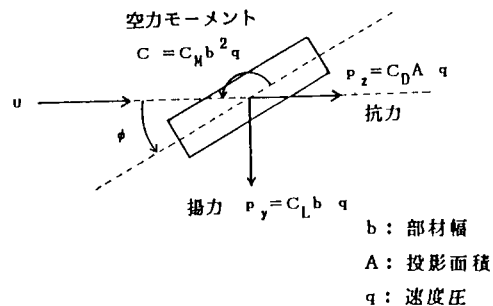


Fig.2 風荷重

4. 解析手法 [1]安定解析: Eulerの方法 固有値問題に帰着される一般的な手法で、静的不安定

(divergence)を解析できる。 [2]安定解析：微小振動による方法 つりあい位置まわりの微小な振動を考え、時間的に発散するかどうかで安定を解析する方法であり、剛性方程式に運動の項を加え、基準状態での基本振動数を調べることによって行う。この方法を用いると、Eulerの方法でも解析可能である静的不安定 (divergence)とEulerの方法では解析不能である動的不安定 (flutter)の両方を解析することができる。動的不安定は外力の非保存性に起因するものであり、外力が保存力の時は起こらない。 [3]非線形有限変位解析 文献(4)の非線形解析法を用いる。 [4]線形化有限変位解析 文献(5)で示されたもので、与えられた荷重に対して、座標の更新を行わず、初期形状における剛性方程式から変位を求め、荷重－変位応答を解析する手法である。極めて簡単な手法であるが、部材が大変位を示す前の範囲においては有効と思われる。

5. 解析結果 [1]Follower Forceの安定解析 Follower Forceの問題は動的不安定のみを起こす。荷重剛性マトリックスを用いて動的安定解析を行った結果をTable 1に示す。その結果、既存解(3)とほぼ一致した。

[2]風荷重による横座屈解析 風力を受ける桁について、横座屈の解析を行った結果をTable 2に示す。その結果、既存解とほぼ一致し、既存解を検証できた。

[3]風速－変位関係 Table 2に示した桁について、横座屈までの風速－変位挙動を、非線形有限変位解析、線形化有限変位解析で追ったものを、Fig. 3に示す。線形化有限変位解析は極めて簡単な手法にもかかわらず、非線形有限変位解析とほぼ結果が一致し、その有効性を示すことができた。

Table 1 Follower Force の安定解析

$$P_{cr} = G \times \frac{\pi^2 E I_{zz}}{l^2}$$

Value of Buckling Coefficient G

Available Results	2. 0 0
F. E. M.	2. 0 3

Table 2 風荷重による横座屈

$$C_D = 0.28 \quad C_L = 2.86 \quad C_N = -0.47$$

$$V_{cr}^2 = g \times \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{\pi^2 E I_{zz}}{B l^3} (G J + \frac{\pi^2 E I_{yy}}{l^2})}$$

Value of g

		1st Mode	2nd Mode
C_D	Available Results	15. 3 7	29. 8 4
	F. E. M.	18. 1 6	31. 3 5
C_D, C_L	Available Results	6. 8 3	15. 9 5
	F. E. M.	6. 9 2	16. 0 8
C_D, C_L, C_N	Available Results	8. 6 4	19. 5 1
	F. E. M.	8. 7 4	19. 6 8

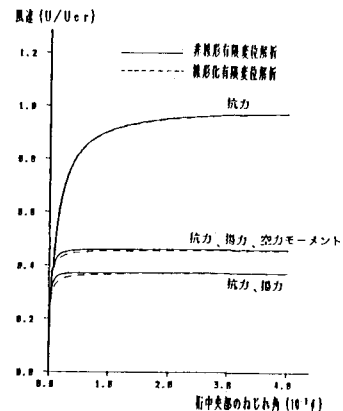


Fig. 3 横座屈までの風速－変位関係

6. まとめ 1) 薄肉断面部材について、荷重の変位依存性を考慮した剛性方程式を、一般的な形で導き、片持ち柱に対するFollower Force、及び、風荷重に対する荷重剛性マトリックスを陽な形で導いた。

2) 荷重剛性マトリックスを用いて、静的、動的安定解析、非線形有限変位解析、線形化有限変位解析を行った。既存解を検証し、線形化有限変位解析が実用計算法として有効であることを示した。

参考文献 (1) Akio Hasegawa, Fumio Nishino et al.; A CONCISE AND EXPLICIT FORMULATION OF OUT-OF-PLANE INSTABILITY OF THIN-WALLED MEMBERS; PROC. OF JSCE No. 356, April 1985

(2) Timoshenko & Gere; THEORY OF ELASTIC STABILITY; 2nd ed.: MCGRAW-HILL

(3) 岡内功、伊藤学、宮田利雄; 耐風構造; 昭和52年5月、丸善

(4) K. K. Liyanage, A. Hasegawa & F. Nishino; NON-ITERATIVE EFFICIENT NONLINEAR ANALYSIS FOR SPACE STRUCTURES; 第41回年次学術講演会講演概要集、昭和61年

(5) 大庭、長谷川彰夫; 固有値解析と線形化有限変位解析による梁の横倒れ強度評価; 第41回年次学術講演会講演概要集、昭和61年