

I-5

表面移動荷重を受けた多孔質弾性層の動的応答について

山梨大学工学部 正 員 平島健一
山梨大学大学院 学生員 谷口信博

1. まえがき

Biotの理論に立脚して、著者らは半無限性多孔質弾性体上を任意時刻で作用し、その後定速度で移動する荷重問題の非定常応答に関して閉じた解析解を求め、それらの解析結果を昨年の学会において発表した¹⁾。しかし、そこで求められる解析解は限定されるため、本文では実用性をめざし、より一般的な荷重状態の問題の数値解を得ることを目的とする。すなわち、Biotの支配方程式^{2,3)}の解をFourier変換形で求め、その逆変換のために高速Fourier変換(FFT)を用いて数値的逆変換を実施しようとするものである。ここでは不透水性剛体基盤上の一定厚さの飽和多孔質弾性体上を定速度で移動する鉛直およびせん断荷重の準静的問題を対象とした。なお、本文に関連する文献として幾つかのものが列記できるが、ここではそれらを総合化し、より一般的な取扱いが可能となるように試みられている。

2. 支配方程式

対象材料の応力を τ_{ij} 、個体相の応力を σ_{ij} 、流体相の圧力を p とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ij} &= S_{ij} + \sigma \delta_{ij}, \quad S_{ij} = (1-f)\sigma_{ij}, \quad \sigma = -f \cdot p, \quad \sigma = \gamma \varepsilon + \beta e, \\ S_{ij} &= 2\mu \varepsilon_{ij} + \delta_{ij}(\lambda \varepsilon + \gamma e), \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}), \quad \varepsilon = \dot{u}_{i,i}, \quad e = \dot{v}_{i,i} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここに、 f は間隙比、 u_i 、 v_i はそれぞれ固体相、流体相の変位、 ε 、 e は固体相、流体相の体積変化を表わし、力学定数 μ 、 λ はLame定数、 γ 、 β はBiot定数と呼ばれるものであり、Biot²⁾およびKingsbury³⁾により議論されている。また $(\)_{,j}$ は空間座標 X_j による偏微分を表わす。これらの関係式を準静的問題の運動方程式 ($\partial \tau_{ij} / \partial X_j = 0$) に代入整理すると、弾性学におけるNavierの方程式に対応した次式が求められる。

$$\mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu + \gamma) \varepsilon_{,i} + (\beta + \gamma) e_{,i} = 0 \dots (2)$$

次に、Darcy法則は次式で示される。 (η は動粘性係数、 K は透水係数)

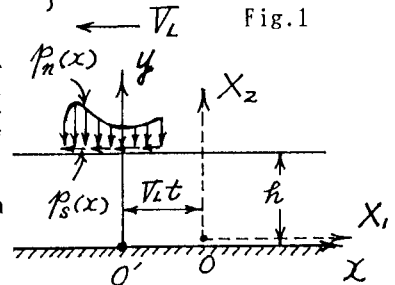
$$\frac{\partial (v_i - u_i)}{\partial t} = \frac{K}{\eta f} \frac{\partial \sigma}{\partial X_i} \dots (3)$$

上式の左辺は濾過速度 (filtering velocity) と呼ばれる。上式と式(1)、(2)を組み合わせ、 $\zeta (\triangleq e - \varepsilon)$ を導入して整理すると最終的に次のような支配方程式が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu + 2\gamma + \beta) \varepsilon_{,i} &= -(\gamma + \beta) \zeta_{,i} \\ \frac{K}{\eta f} \left\{ \beta - \frac{(\gamma + \beta)^2}{(\lambda + 2\mu + 2\gamma + \beta)} \right\} \nabla^2 \zeta &= \frac{\partial \zeta}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

3. 移動荷重問題とその解法

本文で解析するモデルはFig.1のような2次元平面ひずみ状態で、不透水性剛体基盤上の一定厚の飽和多孔質媒体表面を定速度 V_L で移動する鉛直およびせん断分布荷重の問題とする。この移動荷重と共に動く移動座標 (x, y) と固定座標 (X_1, X_2) の変換関係としてGalileo変換 ($x = X_1 + V_L t$, $y = X_2$) を導入し、 x 座標に関するFourier変換： $\hat{h}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) \cdot e^{-i\omega x} dx$



を支配方程式(4)に適用して解く。続いて対象とする問題に対する多孔質媒体の下縁($y=0$)での境界条件(i.e. $u_1 = u_2 = \partial \sigma_y / \partial y = 0$)および多孔質媒体表面($y=h$)での境界条件として

[1] 表面が不透水性の場合: $S_{yy} = -(1-f) \cdot p_n(x)$, $\sigma = -f \cdot p_n(x)$, $\tau_{xy} = S_{xy} = -p_s(x)$.

[2] 表面が透水性の場合: $S_{yy} = -p_n(x)$, $\sigma = 0$, $\tau_{xy} = S_{xy} = -p_s(x)$.

を設定して5個の未知積分定数に関する連立1次方程式を解けばよい。こうして得られたFourier変換解にFFTを適用して実領域での変位、応力成分等を求めることが出来る。

4. 数値計算例

文献に与えられた力学定数の値を用いて表面($y=h$)に有限幅の鉛直等分布荷重が作用した場合の代表的な位置(深さ)における変位、応力およびFiltering velocity(i.e. $\partial(u_1 - u_2)/\partial t$)等の計算結果を荷重移動速度 V_L を2種に変えて求めた。それらの結果をFig.2 ~ に示した。この他の分布荷重の場合やせん断荷重が作用する場合ならびにそれらに対する考察等については学会当日発表する。

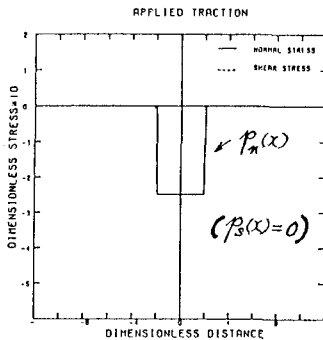


Fig.2

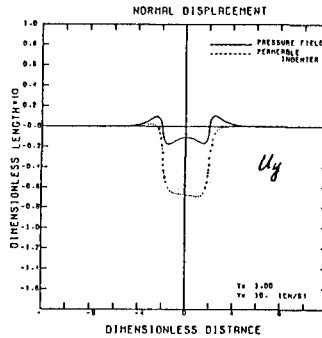


Fig.3

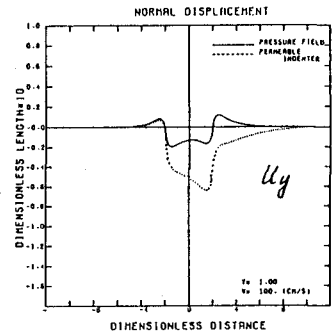


Fig.4

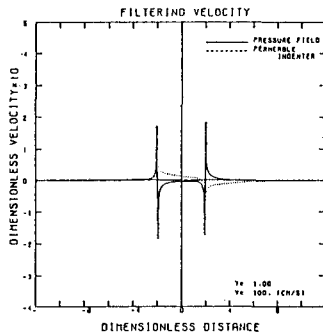


Fig.5

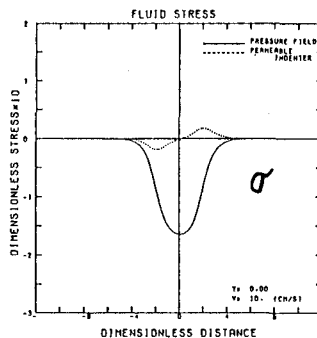


Fig.6

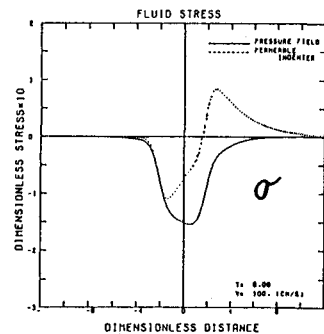


Fig.7

5. 参考文献

- 1) 平島、笠間、谷口、土木学会第41回(1986年)年講, I-9.p17.2) Biot, M.A., J. Acoust. Soc. Am. 28(1956), p163. 3) Biot, M.A. & Willis, D.C., J. Appl. Mech. (1957) p594. 4) Yamamoto, T. et al, J. Fluid. Mech. 87(1987). p193. 5) Mukhopadhyay, A.K. et al, TAPPIJ, 63(1980), p63. 6) Burke, M. & Kinsbury, H.B., IJSS, 20(1984) p499. 7) Kim, Y.K. & Kinsbury, H.B., Exp. Mech. (1979), p252.