

PS I-3 モンテカルロシミュレーション・カタストロフィー理論による軸圧縮を受ける円筒シェルの強度評価に関する考察

京都大学大学院 学生員 ○狩野 正人
京都大学工学部 正員 渡辺 英一

1. まえがき

今日、円筒シェル構造物は、海洋構造物、貯蔵タンク、パイプライン、原子力発電所など多くの土木構造物に利用されている。一般に軸圧縮を受ける円筒シェルは初期不整に対して非常に敏感で、わずかな初期不整に対しても急激に耐荷力が低下する。従ってその安全性を評価することは非常に重要な問題である。

本研究では、円筒シェルの耐荷力を支配する主要因のうち、初期たわみと残留応力を2つの主要な不規則パラメータとして取り上げ、円筒シェルの弾性及び弾塑性耐荷力を統計的に評価する。すなわち、初期たわみと残留応力を確率変数としてとらえ、カタストロフィー理論による塑性崩壊機構の影響を考慮した円筒シェルの弾塑性耐荷力式を用い、モンテカルロシミュレーションにより耐荷力の統計的分布を求め、耐荷力に対する所定のフラクタイル値を算出し、その値に対して最頻値を示す初期たわみと残留応力の組合せ及び安全性指標 β の値を求めるものである。

2. 解析方法

1) カタストロフィー理論による円筒シェルの強度評価法¹⁾

円筒シェルの残留応力分布は長さ方向に一様であるとする。また座屈モードとしては軸対称モードと非対称モードの2つを考える。弾塑性域でのつり合いより、円筒シェルの後座屈つり合い径路は次のようになる。

$$Aw_2^2 + (\sigma_{cr1} - \sigma)w_1 = 0 \quad \dots (1.a)$$

$$16Aw_1w_2 + (\sigma_{cr2} - \sigma)w_2 = 0 \quad \dots (1.b)$$

ここに σ は降伏荷重で無次元化した耐荷力、 σ_{cr1} 、 σ_{cr2} は無次元化した弾塑性耐荷力である。 w_1 、 w_2 はそれぞれ軸対称モードと非対称モードの、板厚で無次元化した面外変位、 A は残留応力、座屈モード等から決定される定数である。次に円筒シェルの塑性崩壊機構として次式で示されるリング形の崩壊機構を考える。

$$w_1 = (1 - \sigma^2)/4\sigma \quad \dots (2)$$

ここで、後座屈つり合い径路と崩壊機構曲線との交点 C を求める。これを等価分岐点と見なし円筒シェルの耐荷力を初期不整に対する敏感性の形で求めることができる。これを次式に示す。

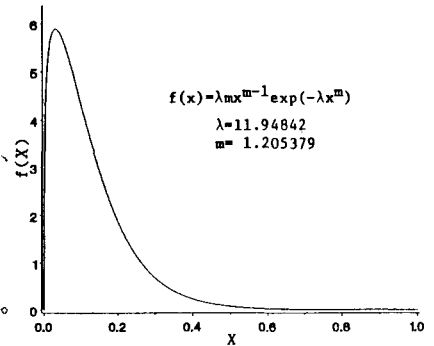
$$\sigma/\sigma^* = 1 + \alpha^*w_0 - \sqrt{2\alpha^*w_0(1 + \alpha^*w_0/2)} \quad \dots (3)$$

ここに、 w_0 は板厚で無次元化した初期たわみ、 α^* は C 点における崩壊機構曲線の傾きで次式で表される。

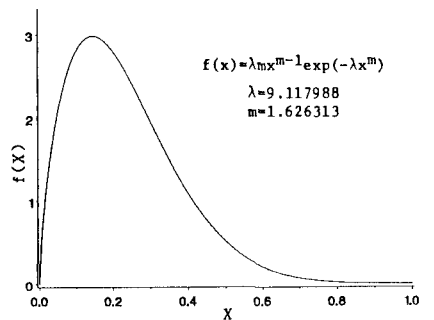
$$\alpha^* = 4\sigma^*/(1 + \sigma^{*2}) \quad \dots (4)$$

2) モンテカルロシミュレーションによる円筒シェルの強度の統計的評価法

モンテカルロシミュレーションを行うに当たってまず初期たわみ(w_0)と残留応力(σ_r)の確率分布を仮定する必要がある。しかし、遺憾ながら円筒シェルに関するこれらのデータは極めて少なく、その確率分布を決定することは非常に困難である。そこで本研究では板に関するデータを参考に図1のように仮定する。また



(a) 初期たわみ



(b) 残留応力

図1 仮定した確率分布

初期たわみと残留応力とは互いに独立であると仮定する。

次にこれらの確率分布にしたがう乱数を発生させ、この値をカストロフィー理論による耐荷力式に代入し耐荷力を求める。これを10000回繰り返し、耐荷力の分布を求める。

円筒シェルの破損基準として次の破損関数(failure function)を用いる。

$$f(w_0, \sigma_r) = P(w_0, \sigma_r) - r_f \quad \dots (5)$$

ただし、 P は円筒シェルの耐荷力、 r_f は耐荷力の5%フラクティル値である。この時、限界状態面(limit state surface)、破損領域、安全領域は図2のようになる。²⁾

ここで初期たわみ w_0 、残留応力 σ_r に対して次の変換 $X \rightarrow Z$ を施す。

$$Z = \phi^{-1}(\phi(Z_M)/f(X_M) \cdot f(X)) \quad \dots (6)$$

ただし $X \leq X_M \rightarrow Z \leq Z_M$

$X > X_M \rightarrow Z > Z_M$

ここに、 f は変数 X の確率密度関数、 ϕ は標準正規密度関数である。また、 X_M 、 Z_M はそれぞれ確率分布 $f(X)$ 、 $\phi(Z)$ の最頻値(mode)を示す。

新しい座標系における限界状態面、破損領域、安全領域は図3のように表される。この時、安全性指標 β は原点と限界状態面との最短距離(OA)で定義される。²⁾ また、破壊確率 P_f は、

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad \dots (7)$$

で表される。一方、このA点は同時に耐荷力の5%フラクティル値に対して最も生起確率の大きい初期たわみと残留応力の組合せ(w_0^* , σ_r^*)を示す。(バーは標準正規変換後を意味する。)

3. 解析結果

一般化半径板厚比 R による β 、 w_0^* 、 σ_r^* の変化を図4に示す。図3及び図4などから次のようなことが言える。

- ①耐荷力は初期たわみに対して非常に敏感であり、残留応力にはほとんど影響されない。
- ②耐荷力の5%フラクティル値に対する最頻度組合せ(w_0^* , σ_r^*)のうち w_0^* については初期たわみの5%フラクティル値が目安となる。
- ③ R の値が大きくなるにしたがい、安全性指標 β の値が大きくなり、耐荷力の5%フラクティル値に対する最頻度組合せ(w_0^* , σ_r^*)の生起確率が小さくなる。

参考文献

- 1) 渡辺英一, 勇秀憲, 京極靖司: 軸圧縮円筒シェルの弾塑性耐荷力評価法について, 構造工学論文集, Vol.33A, pp.183~pp.192, 1987年3月
- 2) P.トフ-クリステンセン, M.J.ベイカー, 室津義定監訳: 構造信頼性-理論と応用, シュプリンガー・フェアラーク東京, 1986

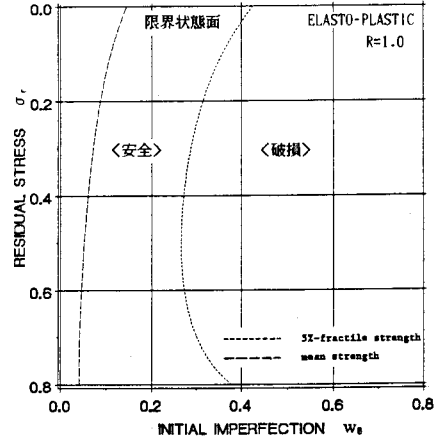


図2 限界状態面, 破損領域, 安全領域

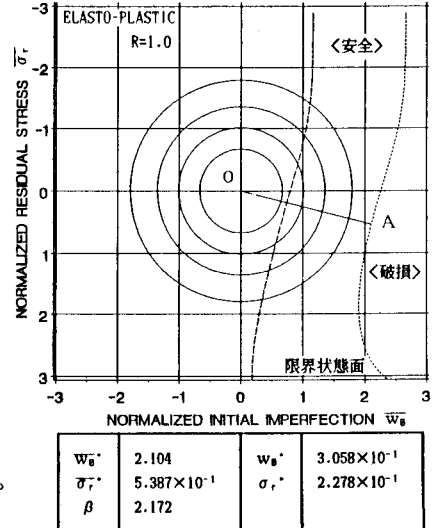


図3 標準正規変換後の限界状態面, 破損領域, 安全領域

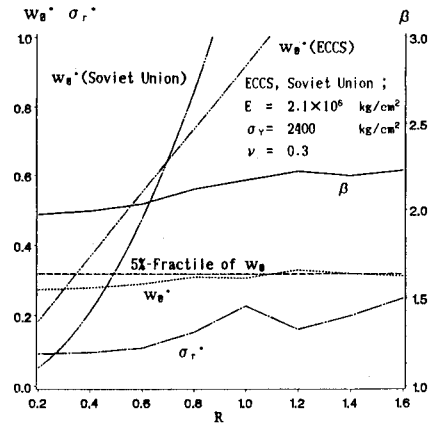


図4 w_0^* , σ_r^* , β と R の関係