

PSI-1 節点帯板法による薄肉構造物の解析

長岡技術科学大学 正会員 林 正

1. まえがき

多数の補剛材やダイヤフラムなどを有する長大薄肉構造物の効率的な解析法として節点帯板法(NSM)を開発し、実橋モデルの箱桁や補剛円筒シェルの解析を行った^{1)~3)}。数値計算結果から、本解析法の特徴は比較的粗い要素分割によって長大構造物の全体解析が可能である事、要素内部の任意な点の応力を補間を行わずに精度よく求められる事がわかった。

本解析法は有限帯板法(FSM)の効率性に着目して、この解法の欠点である汎用性を改良したものである。したがって、解の精度と計算時間については有限要素法(FEM)よりも優れていると考えられるが、解法の適用範囲にはまだかなりの制約がある。そこで、本報告では次の2点について改良を行った。

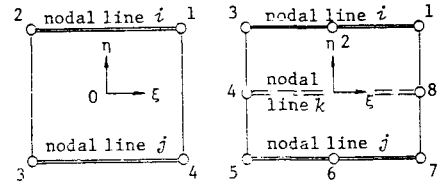
1) 節点帯板要素は節線自由度のほかに節点自由度を有するので要素の結合は容易であるが、主桁と横桁を結合する場合などでは結合点においてFEMと同程度の要素分割が必要になる。そこで、粗い要素分割を用いるために結合節点数を少なくした結合方法について検討する。

2) 変断面桁などを解析するために、写像変換の手法による任意形状の節点帯板法を開発する。

2. アイソパラメトリック要素

(1) 節点帯板要素 平板の曲げ解析には、図-1

(a)に示すような4節点と2節線を有する長方形薄板要素を用いていた¹⁾、ここでは図(b)に示す8節点と3節線を有する厚板要素を親要素に用いて、写像変換により任意の形状に変換する。



(a) 薄板要素

(b) 厚板要素

図-1 節点帯板要素

(2) 変位関数 要素の形状を決定するための形状関数と節点自由度の形状関数 $N_i(\xi, \eta)$ には、FEMの8節点

Serendipity要素の形状関数を使用し、通常のアイソパラメトリック変換の手法を用いる。節線自由度の形状関数は、 ξ 軸方向に級数展開した両端固定の条件を満たす関数 $F_m(\xi)$ と η に関する2次多項式 $f_i(\eta)$ の積で表わされる⁴⁾。したがって、平板の曲げ解析に用いる親要素の変位関数は次式のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} w(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^8 N_i w_i + \sum_{m=1}^B F_m (f_i w_{im} + f_j w_{jm} + f_k w_{km}) \\ \theta_x(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^8 N_i \theta_{xi} + \sum_{m=1}^B F_m (f_i \theta_{im} + f_j \theta_{jm} + f_k \theta_{km}) \\ \theta_y(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^8 N_i \theta_{yi} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 $w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}$ は節点の一般化変位であり、 w_{im}, θ_{im} , etc. は節線の第 m 項の一般化変位である。なお、 θ_{im} は ξ 軸回りの回転角である。

平面応力解析にも図-1(b)の要素を親要素に用いる。この場合の変位関数は曲げ解析と同じ形状関数を用いて次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^8 N_i u_i + \sum_{m=1}^B F_m (f_i u_{im} + f_j u_{jm} + f_k u_{km}) \\ v(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^8 N_i v_i + \sum_{m=1}^B F_m (f_i v_{im} + f_j v_{jm} + f_k v_{km}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(3) 離散化Kirchhoff要素 図-1(b)の厚板要素にKirchhoffの拘束条件を課して薄板の曲げ解析に用いる。節点自由度に課す拘束条件にはFEMで研究されているように種々の条件が考えられる。節線自由度に対しては、文献4)に示すような拘束条件を用いる事ができる。

3. 部材の結合方法

薄板要素で構成した箱桁やI桁を結合する場合には、結合部材の断面を構成する節点数に応じて結合部で細かい要素分割が必要になる。結合部材がI型断面の場合には箱型断面より面倒であるので、ここでは箱型断面の主桁にI型断面の横桁を結合する場合を考える。

I型断面は上・下フランジにそれぞれ3節点、ウェブは3つの中間節点を有するものとする。これら9節点をすべて主桁に結合するためには、主桁のフランジを横桁のフランジ幅に応じて細かく分割しなければならない（図-2(a)参照）。そこで、I型断面のフランジの結合節点を少なくした図(b)の結合方法、さらにウェブの結合節点も少なくした図(c)の方法を考える。結合部の局部応力を求める場合にはこのような単純化された結合方法を用いる事はできないが、全体挙動を重視する場合には少ない要素分割によって計算効率を上げる事ができる。

4. 数値計算例

種々の計算例を当日説明するが、ここでは図-3に示す集中荷重Pが作用する十字ばりについて本解析法の精度を検討する。

要素分割は、図-4(c)に示すように断面内について箱型断面で16分割、I型断面で8分割とした。部材軸方向の分割は部材の結合方法によって異なり、図-4(b)は図-2(b)、(c)の結合方法に対応した分割方法であり、図-4(a)は図-2(a)に対応して箱桁をI桁のフランジ縁が結合する点でさらに分割した。また、FEM（ISAPを使用）による解析では断面内の要素分割は同一とし、部材軸方向に箱桁を12分割、I桁を左右でそれぞれ4分割した。この結果、NSMの Model-1では80要素、Model-2、3では48要素、FEMでは256要素を用いた。なお、はりの結合部では1枚のダイヤフラムを挿入した。また、NSMの要素には文献1)の薄板要素を使用し、級数項は3項用いた。要素の板厚はすべて10mmとし、他の値は次のとおりである。

$$P = 100 \text{ t}, \quad E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad \nu = 0.3$$

箱桁の下フランジの隅角部（荷重作用側）のたわみ δ と上・下フランジの幅方向の1/4点の軸方向応力 σ_x を図-5、6に示す。たわみについては、FEM及びNSMの各結合モデルともほとんど差は認められない。応力度はNSMの各モデルとも結合部付近以外では差は少ない。一方、FEMによる値は結合部でModel-1とよく一致しているが、荷重作用点近傍では15%ほど小さい。

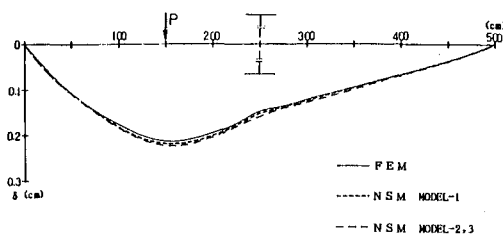


図-5 箱桁のたわみ

5. あとがき

過去の計算例や十字ばりの例でも明らかなように、節点帯板法ではかなり細長い要素（図-4では最大1:13.3）を用いる事ができるので橋梁構造物の解析に適した解法である。終わりに、当時長岡技術科学大学の院生であった中島一朗君（現在、新日鉄 ㈱ に勤務）に協力して頂いたことを記して謝意を表す。

- 1) 笹戸・林・中嶋・中島：構造工学における数値解析法シンポジウム論文集、第9回、1985。
- 2) 笹戸・林：同上、1985。
- 3) 持田・笹戸・林：土木学会第39回年次講演会講演概要集、1984。
- 4) 西谷・林・坂田：本講演概要集

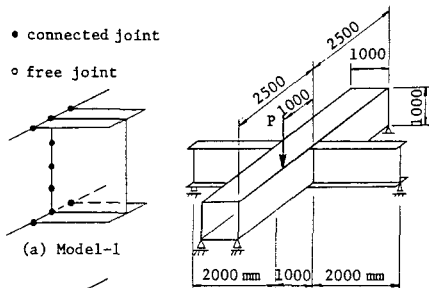


図-3 十字ばり

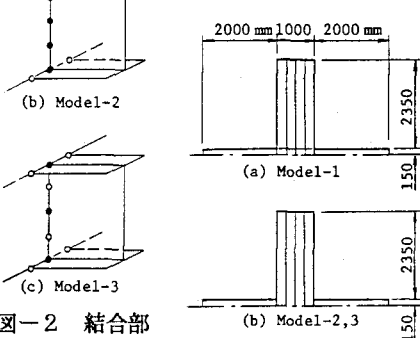


図-2 結合部のモデル

図-4 要素分割

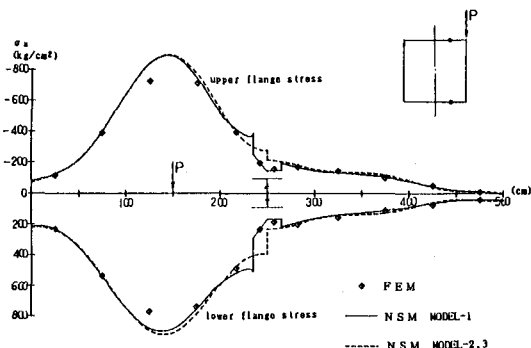


図-6 箱桁フランジの軸方向応力