土木学会第41回年次学術講演会（昭和61年11月）

Ⅴ-201　変形ＦＬＩＣ法によるパイプクーリング周辺の伝熱解析

（株）熊谷組　正員　清水　昭男　正員　伊藤　洋
正員　坂口　雄彦　正員　○西山　勝栄

1．はじめに

パイプクーリングはマスコンクリート構造物のひびわれ制御対策として歴史が長く，その有用性も認められており，その冷却効果についての研究もかなり進んでいる。[1] しかし，クーリング効果を含むコンクリートの温度場を精度よく解析することは容易でなく，その評価に当って大切となるパイプ壁面における局所熱流束が伝熱方程式の中で未知量であるなどいくつか曖昧な点を残している。

このような背景にあって本論では，まず従来のコンクリートとパイプ内水の伝熱方程式からパイプ壁面熱流束項を消去することより支配方程式を一本化し，ついでその解法に変形ＦＬＩＣ法(Fluid in Cell) を適用してパイプクーリング周辺の伝熱解析を試みその基本的性質を理論的に明らかにしようとしたものである。

2．基礎式と変形ＦＬＩＣ法による解法

パイプクーリング解析における伝熱方程式は，従来，次式のようにコンクリートとパイプ内水の２つの場について各々独立した方程式が用いられ，両者の間の熱交換流束 q_{II}（後述）を定めて解析がなされている。

$(\rho c)_c \partial T_c/\partial t = \mathrm{div}(\kappa_c\, \mathrm{grad}\, T_c) + q_{\mathrm{I}} - q_{\mathrm{II}}$ ：コンクリートにおける熱伝導式 ……………………… (1)

$(\rho c)_w \partial T_w/\partial t + \mathrm{div}[(\rho c)_w (v T_w)] = \mathrm{div}(\kappa_w\, \mathrm{grad}\, T_w) + q_{\mathrm{II}}$ ：パイプ内水の伝熱方程式 ……… (2)

ここに，(ρc)：熱容量，κ：熱伝導率，Ｔ：温度，ｖ：パイプ内水の流速，q_{I} ：コンクリートの内部発熱率，q_{II}：コンクリートからパイプに吸収される熱吸収率（$q_{\mathrm{II}} = h(T_c - T_w)$，ｈ：パイプ壁の局所熱流束に係る伝熱係数）である。添字ｃ，ｗは各々コンクリート，パンプ内水での値であることを示す。

本論における支配方程式は，式(1)，(2)から未知量 q_{II} を消去することにより次式のように与えられる。

$(\rho c)\partial T/\partial t + \mathrm{div}[(\rho c)_w (vT)] = \mathrm{div}(\kappa\, \mathrm{grad}\, T) + q_{\mathrm{I}}$ ………………………………………………………… (3)

式(3)は一般に強制対流項のある連続固・液体の伝熱支配方程式であり，同式を精度よく解析することによってパイプクーリング周辺の温度場を理論的に得ることが可能となる。ここでは，式(3)の解法において数値的に安定でしかも高精度を確保するため，高レイノルズ数の非粘性非圧縮性流体解析に優れているとされている変形ＦＬＩＣ法を適用する。以下にその定式化を具体的に述べる。[2]

まず，図１に示すように解析領域を三角形に分割し，任意の要素ｊに注目する。ここに図中ｉ，$\bar{i}$（ｉ=1, 2，3）は三角形の頂点および対辺を示す。また，ｊ，j_iは各三角形の重心である。そこで，式(3)を図１の任意の閉曲線内で面積分すると次のようになる。

$\int_{S_j} [\partial T/\partial t + \mathrm{div}(\eta v T)] dS = \int_{S_j} [\mathrm{div}(a\, \mathrm{grad}\, T + \zeta)] dS$ ………………………………………………… (4)

ここに，$\eta = (\rho c)_w/(\rho c)$，$a = \kappa/(\rho c)$，$\zeta = q_{\mathrm{I}}/(\rho c)$，$S_j$：要素ｊの領域面積である。式(4)にGauss の発散定理を適用して整理すると次のように書ける。

$$\int_{S_j} \partial T/\partial t\ dS + \int_{\Gamma_j} \eta v_n T\ ds = \int_{\Gamma_j} \varepsilon_n\ ds + \int_{S_j} \zeta\ dS$$
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \ell & m \\ -m & \ell \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix},\quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = a\ \mathrm{grad}\ T \quad \cdots (5)$$

ここに，Γ_j：要素ｊを構成する境界，v_n：境界上におけるｎ方向の速度，ℓ，ｍ：法線ｎの方向余弦である。

そこで，変形ＦＬＩＣ法を適用して２段階（ Euler, Lagrange 的段階）に分けて差分化するため，はじめに式(4)の左辺を Lagrange 的微分を用いて表し式(5)を書き直すと次のようになる。

$D/Dt \int_{S_j} T\, dS = \int_{\Gamma_j} \varepsilon_n\ ds + \int_{S_j} \zeta\, dS$ ……………… (6)

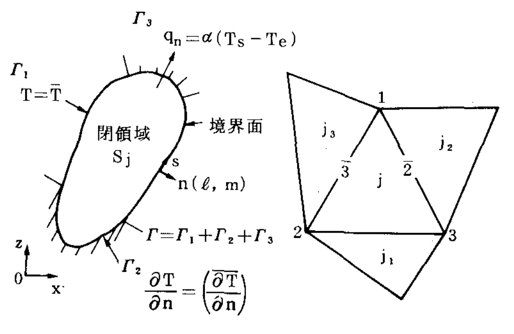

図１　場の境界と三角形要素

さらに，Lagrange 的微分を前進差分で近似しそれを時刻 $(n+1)\Delta t$における中間的な値$\widetilde{T}_j$について整理すると

$$\widetilde{T}_j = T_j^{(n)} + \zeta \Delta t + \frac{\Delta t}{S_j}\left(\sum_{i=1}^{3} \ell_{\bar{i}}\, \varepsilon_{n\bar{i}}\right) \quad (7)$$

となる。ここに，T_j：要素 j における中間的な温度，$T_j^{(n)}$：要素 j における時刻$n\Delta t$での温度，$\ell_{\bar{i}}$：辺$\bar{i}$の長さ，$\varepsilon_{n\bar{i}}$：辺$\bar{i}$を共有する２要素の平均値である。

次に，第２段階では式(5)，(6)の各々の左辺を等置することより

$$D/Dt\int_{S_j} T\, dS = \int_{S_j} \partial T/\partial t\, dS + \int_{\Gamma_j} \eta\, v_n\, T\, ds \quad (8)$$

となり，これを離散化して時刻$t=(n+1)\Delta t$における温度$T_j^{(n+1)}$について整理すると次のようになる。

$$T_j^{(n+1)} = \widetilde{T}_j - \frac{\Delta t}{S_j}\left(\sum_{i=1}^{3} \ell_{\bar{i}}\, P_{\bar{i}}\right), \quad P_{\bar{i}} = \eta\, v_{n\bar{i}}\left[\delta_i\, \widetilde{T}_{j\bar{i}} + (1-\delta_i)\, \widetilde{T}_j\right] \quad (9)$$

ここに，δ_iは上流パラメータで，$0 \leq \delta_i \leq 1$の値をとる。

以上が変形ＦＬＩＣ法による定式化の概要であり，境界条件は$T=\overline{T}$ on Γ_1, $\partial T/\partial n = \overline{(\partial T/\partial n)}$ on Γ_2, $q_n = \alpha(T_s - T_e)$ on Γ_3ととる。ここで，－（バー）はその境界において既知であることを示し，q_n：単位面積当りの熱流量，α：熱伝達率，T_s：コンクリートの表面温度，T_e：外気温である。従って，式(7)，(9)を上記の境界条件で解くことより温度場を求めることができる。

３．パイプクーリング周辺の伝熱解析への適用例

2.で述べた基礎式および手法を適用し，パイプクーリング周辺の伝熱解析を試みることとする。

解析モデルは図２に示すように長さ10mのパイプ（直径d＝0.025m）を中心にして半径R＝1.0mの円柱コンクリートく体があるような軸対称モデルを考え，図中に示した諸条件により解析を行うこととする。解析材令は0.5日とし，この間クーリングを実施する。同図には温度分布を示しているが，パイプ周辺温度は低下しクーリング効果が生じていることが確認できる。

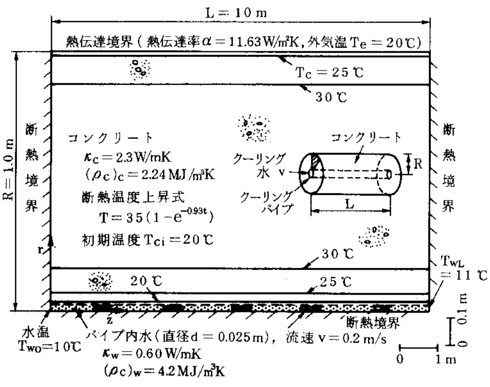

図２　解析モデルと温度コンター（t＝0.5d）

図３はパイプ内水の断面平均の温度分布（Ｉ－Ｉ断面）を示したものである。温度こう配はしだいに大きくなって，材令５日後でのそれは0.1℃／ｍ程度となっている。つぎに，コンクリートく体の中央断面（Ⅱ－Ⅱ断面）温度分布をクーリングを行った場合とそれを行わない場合について示したものが図４である。クーリングによる熱除去効果はパイプから概ね0.2～0.3ｍ以内で有効となっている。

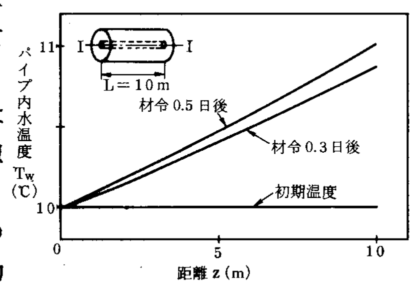

図３　パイプ内水平均温度分布

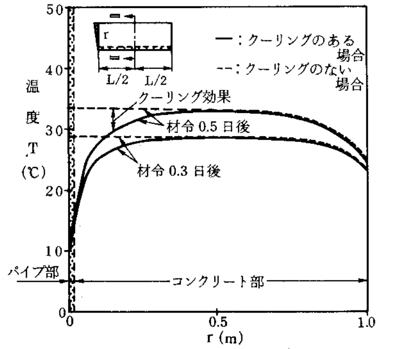

図４　Ⅱ－Ⅱ断面における温度分布

以上により，パイプ壁面の熱交換，つまりそれの冷却効果が理論・解析的に評価できる可能性が示唆された。計算精度を含め今後さらに進んだ検討を行う予定である。

参考文献　1）田辺忠顕ほか：パイプクーリングにおける管壁面の熱伝達率の決定ならびに冷却効果の解析，土木学会論文報告集，第343号，pp.171～179，1984．3．

2）佐藤・伊藤：地下空洞周辺の伝熱に関する研究，土木学会論文集，第363号/Ⅱ-4，pp.97～106，1985.11.