

熊本大学工学部 正員 平井弘義

1. 緒言

多軸応力下でのコンクリートの力学挙動のモデル化が、有限要素法などの解析手法をより精度の高いものにするため、近年さかんに研究されてきている。とりわけ、弾塑性理論やエンドクロニック理論などの材料非線形性を考慮したモデルは、コンクリートの多軸応力下での応力とひずみの関係を表現しうる可能性を示している。しかしながら、弾塑性理論に基づくモデル化に関して、従来多く用いられている関連流動則は実験結果を適切に記述しえないことが明らかにされてきている。また、偏差応力の3次不変量 J_3 を含む構成則の定式化は極めて少ないのが現状と思われる。

そこで、本研究においては、コンクリートの一般的な応力とひずみの関係を定量化するため、まず破壊関数、降伏関数および塑性ポテンシャルの形を提案する。これらの関数は応力の3つの不変量を含むものであり、従来の一般形として考えられる。また硬化関数としては塑性仕事の体積変形とせん断変形からなる形を提示し、非関連流動則に基づく弾塑性構成式を提案する。さらに、このモデルの適用性を既往の実験結果との比較検討によって明らかにすることを目的としている。

2. 破壊、降伏及び塑性ポテンシャルの関数形

コンクリートの応力とひずみの関係を定式化をするために、弾塑性理論に基づいた本研究の構成モデルでは次のような関数を仮定する。

$$F = \omega I_1^2 - J_2/R(\theta)^2 = 0 \quad (1)$$

$$f_1 = J_2/r(\theta)^2 + \beta I_1^2 + k_1 I_1^4 = 0 \quad (2)$$

$$g_1 = J_2/R(\theta)^2 + \eta I_1^2 + k_3 I_1^4 = 0 \quad (3)$$

$$f_2 = g_2 = I_1 + k_2 = 0 \quad (4)$$

ここに、 F は破壊関数、 f_1, f_2 は降伏関数、 g_1, g_2 は塑性ポテンシャル、 ω, β, η は材料定数であり、応力の1次不変量 $I_1 = \sigma_{11} + 3f_1$ (f_1 は一軸引張り強度)、偏差応力の2次、3次の不変量は $J_2 = s_{11}s_{11}/2$, $J_3 = s_{11}s_{11}s_{33}/3$, また $r(\theta)$, $R(\theta)$ は次のように定義される。¹⁾

$$r(\theta) = u(\theta)/v(\theta) \quad (5)$$

ここに、

$$u(\theta) = 2(1-r^2)\cos\theta + (2r-1)\{4(1-r^2)\cos^2\theta + 5r^2 - 4r\}^{1/2} \quad (6)$$

$$v(\theta) = 4(1-r^2)\cos^2\theta + (1-2r)^2 \quad (7)$$

$R(\theta)$ は式(6), (7)において r を R に換えた形で表され、 r と R は三軸伸張における値である。 k_1, k_2, k_3 は硬化関数で

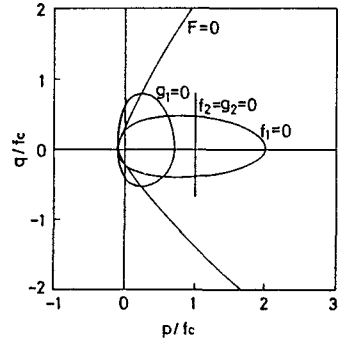


図1. 降伏、塑性ポテンシャル、破壊の各関数

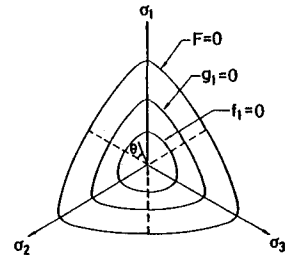


図2. 偏差平面上での関数形

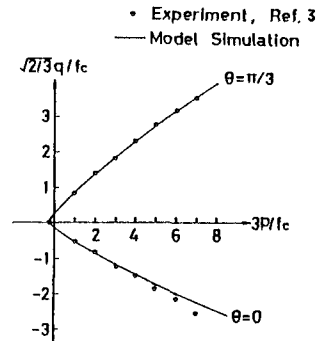


図3. 破壊における実験値と解析値

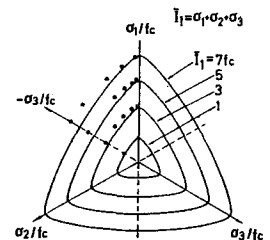


図4. 偏差平面上の実験値と解析値

あり、それらの速度形は次のように仮定される。²⁾

$$\dot{k}_1 = \phi (I_1 \dot{e}_{11}^{(p)} / 3 + n s_{11} \dot{e}_{11}^{(p)}) \quad (8)$$

$$\dot{k}_2 = \phi I_1 \dot{e}_{11}^{(p)} / 3 \quad (9)$$

ここに、 $\dot{e}_{11}^{(p)}$ は塑性ひずみ速度、 ϕ 、 ψ は硬化パラメータである。式(1)~(4)に示される各関数は図1に $p = \sigma_{11}/3$ と $q = \sigma_1 - \sigma_3$ の座標系において、また図2に偏差平面上において示されている。

次に、非関連流動則に基づく応力-塑性ひずみ関係は次のように書ける。

$$\dot{e}_{11}^{(p)} = - \partial f / \partial \sigma_{11} \dot{\sigma}_{11} \partial g / \partial \sigma_{11} / \left(\partial f / \partial k \partial k / \partial e_{mn}^{(p)} \partial g / \partial \sigma_{mn} \right) \quad (10)$$

ここに、 f 、 g 、 k はそれぞれ降伏関数、塑性ポテンシャル、硬化関数である。また弾性域ではHookeの法則を適用する。

3. モデル解析と実験結果との比較

多軸応力下におけるコンクリートの実験結果として既往のデータ³⁾⁻⁵⁾を採用した。図3,4は三軸圧縮、伸張における破壊時の実験値とモデル解析の比較を示したものであり、伸張側では圧縮側と比べ解析値はやや離れる傾向にある。図5は一軸圧縮試験における応力-ひずみ関係を示し、特に破壊付近のダイレクشنシーはモデルによって適切に記述している。図6は二軸圧縮試験における応力-ひずみ関係を示し、破壊時の応力 σ_1 は一軸圧縮強度 f_c より大きいが、破壊近傍での解析値は十分なものではない。図7は三軸圧縮試験において側圧を増加させた場合の軸ひずみと軸応力の関係をしめしており、モデル値は側圧の増加に伴う軸応力の増加を適切に定量化している。

提案された構成モデルは種々の荷重条件下での硬化状態のコンクリートとの非線形挙動を表し得るものであるが、軟化域でのモデル化はさらに修正が必要になる。

参考文献

- 1) K.J. Willam et al., Constitutive models for the triaxial behaviour of concrete, Int. Assoc. of Bridge Struct. Eng., Seminar on concrete structures subjected to triaxial stresses, Paper III-1, Bergamo, Italy(1974).
- 2) H. Hirai et al., Elastic-plastic constitutive models for the behavior of sands, Proc. JSCE 343, 255-265(1984).
- 3) P. Launay et al., Strain and ultimate strength of concrete under triaxial stress, Special Publ. SP-34, Am. Concr. Inst. 1, 269-282(1970).
- 4) H. Kupfer et al., Behavior of concrete under biaxial stresses, J. Am. Concr. Inst. 66(8), 656-666(1969).
- 5) G.G. Balmer, Shearing strength of concrete under high triaxial stress-computation of Mohr's envelope as a curve, Struct. Res. Lab. Rep. SP-23, Denver, Col. (1949).

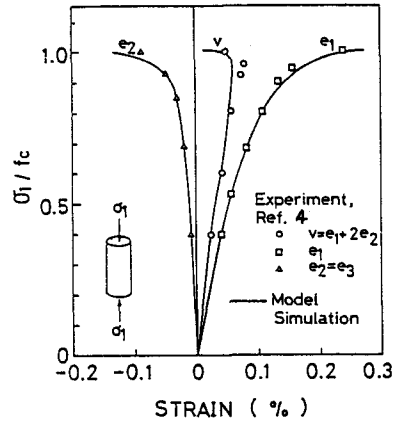


図5. 一軸圧縮試験のシミュレーション

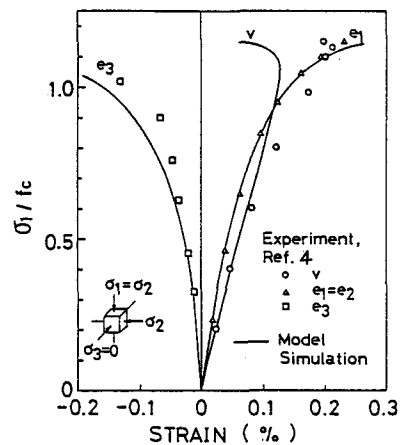


図6. 二軸圧縮試験のシミュレーション

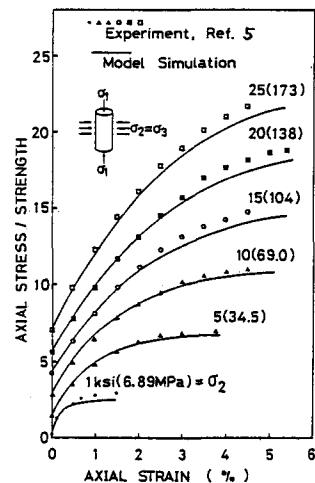


図7. 三軸圧縮試験のシミュレーション