

V-120 ひびわれ界面の力学挙動（Fモードひびわれ）に関する解析モデル

柳間組技術研究所 正会員 ○吉川弘道
名古屋大学工学部 正会員 田辺忠顕

1. Fモードひびわれの特徴

著者は、ひびわれ界面における力学的機構を合理的に論ずるため、ひびわれパターンを、Sモード（剥離状態）およびFモード（摩擦接触状態）の2つのひびわれモードに分類した。このうち、本文にて報告するFモードでは、ひびわれ界面（ t 方向）に沿って、せん断応力 τ_{nt}^c やせん断すべり δ_t が生じる一方で、ひびわれ直交方向（ n 方向）にもひびわれ幅 δ_n の開口や垂直応力 σ_n^c （この場合は圧縮）の増大が励起され、界面の力学4量全てが干渉しあう複雑な力学挙動を呈する（図-1）。本文では、Fモードひびわれに関する解析モデルを提示し、これまで個々に議論されてきた、ひびわれ界面でのせん断伝達、骨材のかみ合い、クラック・ダイラタンシー、クーロン摩擦を総括的に取扱うものである。

2. ひびわれ界面の構成方程式

Fモードひびわれを合理的に論ずるには、作用応力（ τ_{nt}^c, σ_n^c ）と不連続変位（ δ_t, δ_n ）を関係づける構成方程式を定式化する必要がある。そこで、既往の実験的事実に鑑み、まず次式の構成関係から出発する。

$$\delta_t = \delta_t(\tau_{nt}^c, \delta_n), \sigma_n^c = \sigma_n^c(\tau_{nt}^c, \delta_n) \quad (1)$$

上式に連鎖則を適用し、その全微分をとるとともに、各偏導関数を、

$$\frac{1}{k_t} \equiv \frac{\partial \delta_t}{\partial \tau_{nt}^c}, \quad k_n \equiv \frac{\partial \sigma_n^c}{\partial \delta_n}, \quad \frac{1}{\mu_f} = -\frac{\partial \sigma_n^c}{\partial \tau_{nt}^c}, \quad \beta_d = \frac{\partial \delta_n}{\partial \delta_t} \quad (2)$$

のように定義すると下式を導くことができる。

$$\begin{Bmatrix} d\delta_t \\ d\sigma_n^c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/k_t & 1/\beta'_d \\ -1/\mu_f & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\tau_{nt}^c \\ d\delta_n \end{Bmatrix} \quad (3)$$

式(2)で新たに定義した各係数を“基本4係数”と総称し、その物理的意味ならびに力学4量との相関関係を表-1に示した。また、式(1),(3)は、変位成分と応力成分を混在させて記述していることに注意されたい。上式を通例の応力～不連続変位関係に書き直すと、最終的に次式を得る。

$$\begin{Bmatrix} d\tau_{nt}^c \\ d\sigma_n^c \end{Bmatrix} = k_t \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-\xi}{\beta_d} \\ -\frac{1}{\mu_f} & \frac{1}{\mu_f \beta_d} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_t \\ d\delta_n \end{Bmatrix}, \quad \text{ただし、} \xi = \mu_f \beta_d \frac{k_n}{k_t} \quad (4)$$

式(4)が、著者らの提案する、ひびわれ界面における構成方程式であり、せん断伝達機構に加えて、垂直剛性あるいは、交叉効果（クラック・ダイラタンシー、クーロン摩擦）をも表現することができる。また同式は非対称形であるとともに、 $\xi = 0$ のとき特異（ $\det[\] = 0$ ）となり、 $\xi > 0$ の条件下で正定値となることが保証される。

3. 基本4係数のモデル化と同定

式(4)に含まれる基本4係数（ k_t, k_n, β_d, μ_f ）をモデル化し、これらを具体的な実験式として提供することによって、本提案手法は完成する。そこで、まず、2剛性（ k_t, k_n ）のモデル化を図-2,3に示した。ひびわれ界面でのせん断すべり δ_t は、ひびわれ幅 δ_n を一定にした場合、初期にややルーズなすべりがあり、その後、骨材のかみ合いにより剛性が回復し、やがて頭打ちになるのが実験的に認められている。そこ

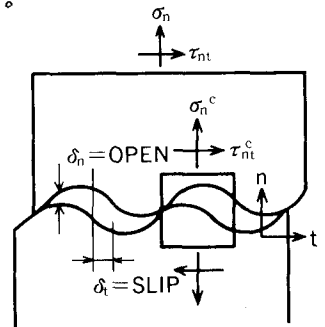


図-1 ひびわれ界面における力学4量の定義

表-1 界面の力学4量と基本4係数の相関関係

界 面 4 量	せん断応力 τ_{nt}^c	垂直変位 $\delta_n > 0$ (ひびわれ幅)
せん断変位 δ_t (すべり量)	せん断剛性 k_t	ダイラタンシー比 β_d
垂直応力 $\sigma_n^c < 0$	摩擦係数 μ_f	垂直剛性 k_n

で、これらを一般化して、 $0 \sim \delta_{t1}$ 間で接線剛性 k_t が徐々に増大し、 $\delta_t = \delta_{t1}$ で最大剛性 K_{IST} となり、その後剛性は低下し、やがて最大せん断強度 τ_u に漸近する双曲線関数を仮定した（図-2）。一方、ひびわれ界面におけるせん断応力 τ_n とせん断変形 δ_n の関係は、垂直応力 $-\sigma_n^c$ （圧縮応力）の増加によってひびわれ幅 $\delta_n = 0$ に向って閉合するが、せん断方向に不整合 δ_t があった場合、完全には閉合できず、 $\delta_n = \beta_d \cdot \delta_t$ を漸近線とするもので、係数 b_1, b_2 で決定される指数関数を用いた（図-3）。

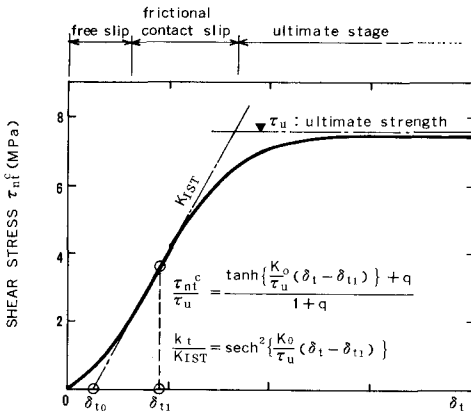


図-2 ひびわれ界面におけるせん断応力～せん断変形の関係
（ $\delta_{t1}=0.18\text{mm}$, $K_{IST}=27\text{MPa/mm}$, $\tau_u=7.5\text{MPa}$ の例）

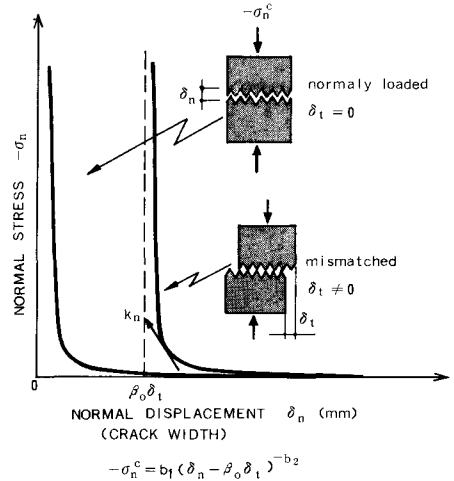


図-3 ひびわれ界面における垂直応力と垂直変形の関係に関するモデル化

れ界面の垂直方向の変形は、垂直応力

$-\sigma_n^c$ （圧縮応力）の増加によってひびわれ幅は $\delta_n = 0$ に向って閉合するが、せん断方向に不整合 δ_t があった場合、完全には閉合できず、 $\delta_n = \beta_d \cdot \delta_t$ を漸近線とするもので、係数 b_1, b_2 で決定される指数関数を用いた（図-3）。

交叉係数のモデル化については、摩擦係数 μ_f をひびわれ幅 δ_n に対する単調増加関数、ダイラタンシー比 β_d を垂直応力 σ_n^c の単調減少関数とし、各々 e 関数で表わした。

以上の基本4係数の関数形を表-2に整理・一覧化し、さらに、既往の実測結果を用い、最小自乗近似により各係数を求め、これらを同表に付記した。

4. むすび

本文はひびわれ界面の非線形挙動を表わす構成方程式についてその概要を示したので、詳細については下記文献を参照されたい。

<参考文献> 吉川、田辺；コンクリート部材のひびわれ界面における力学的挙動に関する解析的研究、土木学会論文集、V-5、昭61.8。

表-2 基本4係数のモデル化

SHEAR STIFFNESS : k_t [MPa/mm]	CONSTANTS
$k_t = K_{IST} \operatorname{sech}^2 \left\{ \frac{K_0}{\tau_u} (\delta_t - \delta_{t1}) \right\}$ $K_{IST} = a_1 \left(\frac{f_c}{25} \right)^{a_2} \left(\frac{D_a}{16} \right)^{a_3} \delta_n^{-a_4}$ $\delta_{t1} = a_5 \left(\frac{f_c}{25} \right)^{a_6} \left(\frac{D_a}{16} \right)^{-a_7} \delta_n^{a_8}$ $\tau_u = \tau_0 \frac{a_9}{a_{10} + (\delta_n / D_a)^{a_{11}}}$ $\tau_0 = a_{12} f_c$ $K_0 = K_{IST} (1 + q)$ $q = \tan h \left(\frac{K_0 \delta_{t1}}{\tau_u} \right)$	$a_1 = 3.74, a_2 = 0.60$ $a_3 = 0, a_4 = 0.96$ $a_5 = 1.42, a_6 = 0$ $a_7 = 1.20, a_8 = 1.31$ $a_9 = a_{10} = 0.01$ $a_{11} = 2$ $a_{12} = 0.2 \sim 0.3$ (0.245)
NORMAL STIFFNESS : k_n [MPa/mm]	CONSTANTS
$k_n = b_1 b_2 (\delta_n - \beta_d \delta_t)^{-(b_2+1)}$	$b_1 = 0.0082$ $b_2 = 0.878$
FRICTIONAL RATIO : μ_f	CONSTANTS
$\mu_f = c_1 \mu_0 \exp(c_2 \delta_n)$	$\mu_0 = 1.16$ $c_1 = 0.5 \sim 1.5$ $c_2 = 0.61$
DILATANCY RATIO : β_d	CONSTANTS
$\beta_d = c_3 \beta_0 \exp \left(-c_4 \left \frac{\sigma_n^c}{f_c} \right \right)$	$\beta_0 = 1.64$ $c_3 = 0.5 \sim 1.5$ $c_4 = 6.42$