

V-83

非線形振動の等価線形化における固有ベクトルの研究

名古屋大学大学院

学生会員 ○水野 卓哉

名古屋大学工学部

正会員 田辺 忠顕

1 序論

大型のRC構造物の耐震設計において、実際に振動実験を行なって、その結果から固有ベクトルを同定し、それに基づいてM、C、Kマトリックスなど振動パラメータを推定し、部材断面から得られる各マトリックスとの対比を行なうことによって、より精度よい振動モデルの構築が研究され始めている。しかしそのためには、同定理論の有効性及びその限界を明らかにすることが第一歩となる。本研究では各マトリックスが明らかな数値モデルを用い数値積分によって応答波形を求めた後、その波形から逆に、固有ベクトルを求め、理論的に明らかな固有ベクトルと比較して、それらの研究で使われている同定理論の有効性を検証し、さらに、固有モード同定手法の適用を線形振動から非線形振動に拡張することによって、非線形振動を等価線形系におきかえたときの固有ベクトルを求め、非線形振動を等価な線形振動におきかえる手法を考察する。

2 固有ベクトルの同定理論

一般の粘性振動方程式から定常正弦起振の場合の解として以下の式が得られる。

$$f = F \exp(i\omega t) \quad - (1) \quad (f; \text{入力外力}) \quad \left\{ \bar{X} \right\} = \sum_{r=1}^N \left\{ \frac{\{U_r\}^T(F)\{U_r\}(-\omega^2)}{a_r(i\omega - p_r)} + \frac{\{\bar{U}_r\}^T(F)\{\bar{U}_r\}(-\omega^2)}{\bar{a}_r(i\omega - \bar{p}_r)} \right\}$$

$$x = X \exp(i\omega t) \quad - (2) \quad (x; \text{応答変位})$$

$$= \sum_{r=1}^N \left\{ \frac{\{V_r\}(-\omega^2)}{i\omega - p_r} + \frac{\{\bar{V}_r\}(-\omega^2)}{i\omega - \bar{p}_r} \right\} \quad - (3)$$

ここに、 ω は起振円振動数、 p_r 、 $\bar{p}_r$ は複素固有値、

U_r 、 $\bar{U}_r$ は複素固有ベクトル、 a_r 、 $\bar{a}_r$ はスカラー量である。 V_r 、 $\bar{V}_r$ は応答解を回帰曲線とし、定常正弦起振に対する系の複素応答値との差を誤差とし、各観測点個別に最小二乗法を適用し決定する。計算の結果 V_r が決定される。 $a_r = 1$ となるように U_r を決定することにより、 J 個の測点における N 次までの複素固有ベクトルが決まる。

3 非線形モデルと入力波

3-1 数値モデル

仮定した数値モデルは図-1に示すように、長さ3m、幅10cmの正方形断面を有し、SD30D10を配筋された鉄筋コンクリート柱であり、第1層及び第2層にマスが100Kg、第3層には200Kgが負荷されている下端固定のものを考える。

剛性低下の履歴法則として、Degrading Tri-Linear型のものを採用している。これは、図-2に示し、以下の手順をたどる履歴法則である。

具体的な数値としては、荷重がクラック発生荷重を越えた段階で剛性が初期剛性の5割に低下させ降伏した段階で、剛性は従来の1割に低下する。

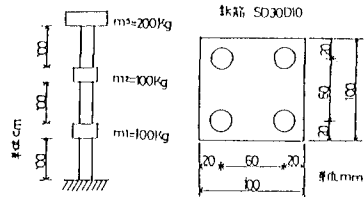


図-1 非線形数値モデル

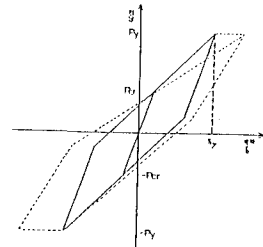


図-2 非線形復元力特性

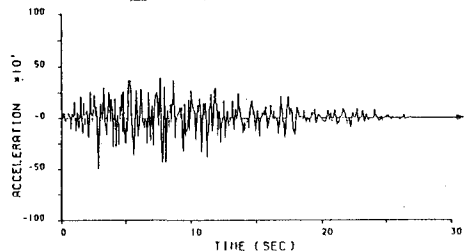


図3 模擬地震波の入力加速度

3-2 入力波

このモデルに入力する波としては、名古屋近郊の地盤を考慮した模擬地震波であり、最大加速度約200gal程度、継続時間27秒のランダム波で、この最大加速度を400gal, 600gal, 800gal程度に拡大したものを入力した。最大加速度400galのものを図-3に示す。

4 固有ベクトルの同定結果

2で述べた同定手法により、非線形振動モデルの場合での固有ベクトルの結果の、各モード形の入力の大きさによる変化を図-4に示す。

この図を求めるにあたって、入力加速度が大きくなるに従って、固有振動数が低下し、固有ベクトルの位相差の誤差が拡大し、固有モード図が変化していることがわかる。図-4は1次並びに2次のモードのベクトルの各破壊段階での変化が示されている。これらの変化の法則が、何らかの手法で記述できれば、非線形解析に等価な線形解析が可能となる。図-6に同定したモードを用いた振動応答の再現を示す。この図の類似性からも、同定理論の有効性が示されると思われる。

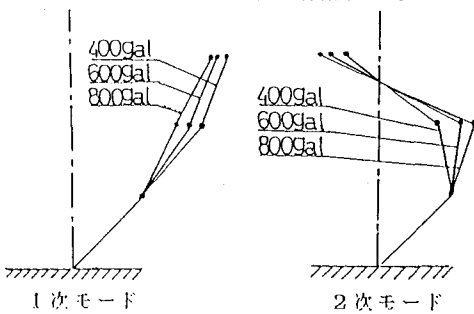


図4 入力加速度を400, 600, 800galに変化させて同定したモード形の変化図

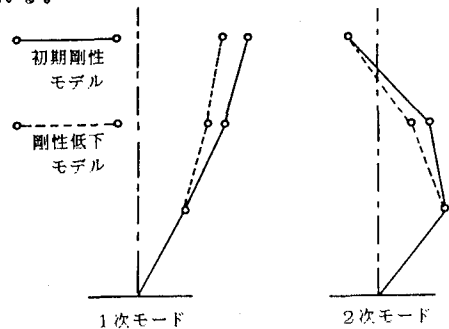


図5 剛性を3部材とも500kg/cmの線形モデルと1層2層、3層の剛性を300, 400, 500kg/cmに低下させた線形モデルとの理論モード形の比較

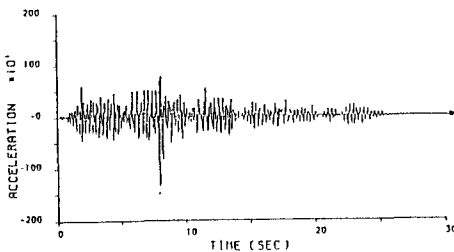
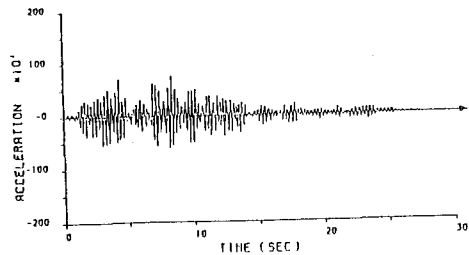


図6 非線形モデル400gal起振での第1層における実応答加速度



非線形モデル400gal起振での第1層における固有ベクトルを用いて求めた応答加速度

5 結論

本研究は、その振動パラメータ同定理論の有効性を、数値実験によって確かめてみた。研究の範囲内で次のことが言えると考えられた。

3質点の数値モデルに対して、非線形解析により得られた波形に、同定理論をあてはめ、線形系としての固有ベクトル及びその変化を求めた。これは、単に1例にすぎないが、その変化にある種の法則性が示されており、その固有ベクトルの変化の法則性を見いだすことによって等価な線形解析を構築し得ることの可能性を示唆しているものと思われる。

今後の課題としては、高次モードの正確性を高め、固有ベクトルの法則性を確立していきたいと考えている。