

ゲーム理論を用いた環境負荷量配分モデルに関する研究  
－強提携二人ゲーム・モデル

鳥取大学 工学部 正員 岡田 憲夫  
(株) 鴻池組 正員 ○錦織 敏

1.はじめに 閉鎖性水域において水質総量規制を導入することが昨今重要な環境政策となりつつあるが、この場合汚濁源である各水利利用主体に国が汚濁負荷量をどのように負担させるかが問題となる。本研究では筆者らのこれまでの研究成果をふまえ、新たに強提携二人ゲームによるモデル化の方法について検討し、さらに弱提携ゲームとの比較を行う。

2.モデル化

①ある湖の周囲に立地した二つの都市( $i = 1, 2$ )からの排水に対してこの水域を広域的に管理する国は、総流入COD負荷量をA(t/日)以下に規制することを考えている。なを、都市1, 2からの現在の排出負荷量を $\hat{L}_1, \hat{L}_2$ (t/日)とすると自明の条件として次式が成立する。

$$A \leq \hat{L}_1 + \hat{L}_2 \quad (1)$$

②国は都市1, 2に対して何らかの形でAを配分して、各都市排水の充足すべき負荷量水準(割り当て負荷量水準)を設定しなければならない。

③都市1, 2はこれに対する一つの方策として単独で下水処理施設を建設し、課せられた割り当て負荷量水準を満たすことを考える。いま、都市*i*( $i = 1, 2$ )が作る処理プラントの処理後の水質(COD残存負荷量)が投資額 $X_i$ の単調減少関数で表せるとすると②で述べたことより、

$$\left. \begin{aligned} L_i(X_i) &\leq A \rho_i \quad (i = 1, 2) \\ \sum_{i=1}^2 \rho_i &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

が成立しなければならない。ここに $L_i(X_i)$ は都市*i*のプラントから排出される残存COD負荷量を表し、投資額 $X_i$ の関数である。また $\rho_i$ ( $i = 1, 2$ )は、流入総負荷量水準Aの都市*i*への配分比率を表わす。(なを明らかに $i = 1, 2$ に対して $\hat{L}_i = L_i(0)$ が成立するから、 $A \leq \sum_{i=1}^2 \hat{L}_i(0)$ でもある。)

④このとき都市*i*は(2)の条件下で最小の投資を図るとすると、この都市の関心は、

$$X(\{i\}) = \min\{X_i | L_i(X_i) \leq A \rho_i, \sum_{j=1}^2 \rho_j = 1\} \quad (3)$$

を満たす $X_i$ と $X(\{i\})$ を求ることである。

⑤都市1, 2は上述のような単独対策の代りに、提携を組んで共同処理プラントを建設し、総負荷量規準を満たし、あわせて費用の節減を図ることを考える。このような提携を弱提携に対して強提携と呼ぶことにする。

⑥このとき問題は、

$$X^*(1, 2) = \min\{X_{12} | L_{12}(X_{12}) \leq A\} + C(1, 2) \quad (4)$$

となる $X^*(1, 2)$ と $\rho_{12}$ を求める事になる。ここで、 $X_{12}$ は都市1, 2の総投資額(億円)を表す。また、 $C(1, 2)$ は各都市から汚水を処理施設に送るためのパイプラインの建設費用(億円)を表している。

⑦このようにして強提携の総投資額 $X^*(1, 2)$ を決定したら、両都市はこれをそれぞれの貢献度に応じて公平に配分しなければならない。この費用割り振り問題はコアの概念を利用して次のようにモデル化できる。すなわち条件(3)の最適値 $X(\{i\})$ ( $i = 1, 2$ )および条件(4)の最適値 $X^*(1, 2)$ を利用して、特性関数 $V(1), V(2)$ および $V(1, 2)$ を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} V(\{i\}) &= X(\{i\}) \quad (i = 1, 2) \\ V(1, 2) &= X^*(1, 2) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、都市*i*( $i = 1, 2$ )の費用割り振り額(億円)を $\xi_i$ で表すと、強提携による共同事業が成立するための動機づけとして

$$\left. \begin{aligned} \xi_i &\leq V(\{i\}) \quad (i = 1, 2) \\ \sum \xi_i &= V(1, 2) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

なる条件が成立しなければならない。これは協力ゲームにおける「コア」の概念の定式化になっており、これを満たす無数の解から唯一解を特定する配分概念としてシャブレイ値、仁、弱仁などを用いることになる。ただし、二人ゲームの場合にはこのいずれを用いても解は同一となり

$$\xi_i = \frac{V(1, 2) + V(\{i\}) - V(\{j\})}{2} \quad (i = 1, 2; i \neq j)$$

を得る。

⑧以上整理すると、本問題はCOD負荷量の配分段階と強提携による協同出資額の配分の段階とから構成されることが分る。

### 3. 負荷量関数の同定

過去の実績値を参考に負荷量関数は建設費の関数として

$$L(x) = L(0) \{1 - 0.6671 \ln(x/Q^{0.737} + 1)\} \quad (8)$$

で近似できることが分った。(表-1参照)また、この逆関数は  $L(x) = L$  として次のような建設費用関数となる。

$$x = Q^{0.737} [\exp\{1.5(1-L/L(0))\} - 1] \quad (9)$$

4. 分析結果 本モデルの実用性を例示するためには、いくつかの計算を実施したが、ここでは紙幅の割合上、最も簡単な計算例のみを取り上げてその結果の分析を行う。

いま都市排水として、いずれの都市も生活排水のみが問題となっている。(表-2参照)また2都市間の距離は20kmとし2都市の共同処理プラントは2都市の中間に建設するものとする。

①人口は都市2が都市1の3倍と大きいので当然汚水量、負荷量ともに都市2の方が大きくなる。よって、弱提携の場合と同様に  $V(1) < V(2)$  および  $V(v_1) \leq 0$  なる条件を公正配分条件とすると公正規範領域は図-1のようになる。

②表-3には  $A=15(t/\text{日})$  で  $\rho_1$  を図-1の点1, 2, 3, 4にとったときの都市1, 2の実処理費用と分配費用があげてある。これより点2, 3のみが妥当な結果になっているのがわかる。

③表-4には都市1, 2が強提携を組んだ場合と弱提携を組んだ場合の共同費用とその差額が示してある。これより本ケースの場合強提携を組んだ方が弱提携を組むよりも45.32億円安いということが分る。

④本ケースでは都市1, 2が強提携を組んだ場合、必ず処理施設が建設でき、パイプラインの建設費用があまりかからない場合を想定した。しかし、もし施設を建設するための用地の取得が困難であるなら、地形的制約からパイプライン布設にはばく大な費用がかかって規模の経済性の効果が期待できないので、都市1, 2は弱提携を組んで規準を溝たすことになる。

表-2 様で用いたパラメータ

都市	$P_i$	$q^D$	$w^D$	$Q_i$	$L_i(0)$
1	25	0.003	$26 \times 10^{-6}$	750	6.5
2	75	0.003	$26 \times 10^{-6}$	2250	19.5

表-1 定式化に用いた記号

$L_i(0) = W_i^1 + W_i^2$
$W_i^1 = \sum_k S_{ik} \omega_k^1, \quad W_i^2 = P_i \omega^D$
$Q_i = U_i^1 + U_i^2$
$U_i^1 = \sum_k S_{ik} q_k^1, \quad U_i^2 = P_i q^D$
$Q_i$ : 都市 $i$ の汚水量 ( $100m^3/\text{日}$ )
$L_i(0)$ : 都市 $i$ の総COD負荷量 ( $t/\text{日}$ )
$W_i^1$ : 都市 $i$ の工場から出る一日当たりのCOD負荷量 ( $t/\text{日}$ )
$W_i^2$ : 都市 $i$ の事務所、家庭から出る一人一日当たりの総COD負荷量 ( $t/\text{日}$ )
$S_{ik}$ : 都市 $i$ のタイプ $k$ の業種の一日当たりの出荷額 (百万円)
$\omega_k^1$ : タイプ $k$ の業種の一日の単位出荷額当たりのCOD負荷量 ( $t/\text{日}/\text{百万円}$ )
$P_i$ : 都市 $i$ の人口 (万人)
$w^D$ : 一人が一日に出すCOD負荷量 ( $t/\text{日}/\text{人}$ )
$U_i^1$ : 都市 $i$ の工場から出る一日当たりの総汚水量 ( $100m^3/\text{日}$ )
$U_i^2$ : 都市 $i$ の事務所、家庭から出る一日当たりの総汚水量 ( $100m^3/\text{日}$ )
$q_k^1$ : タイプ $k$ の業種の一日の出荷額当たりの汚水量 ( $100m^3/\text{日}/\text{百万円}$ )
$q^D$ : 一人が一日に出す汚水量 ( $100m^3/\text{日}/\text{人}$ )

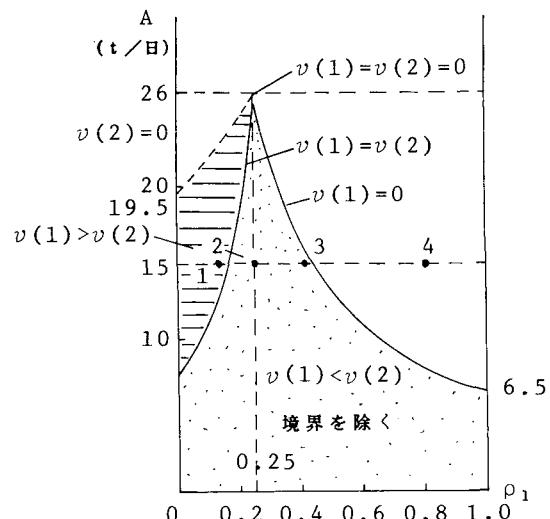


図-1 公正規範領域

表-3 費用配分

点番号	$\rho_1$	$\rho_2$	(1) (億円)	(2) (億円)	(12) (億円)	$\xi_1$ (億円)	$\xi_2$ (億円)	$\Delta$ (t/日)
1	0.100	0.900	285.4	173.3		219.3	107.3	
2	0.250	0.750	116.5	261.9		90.6	236.0	
3	0.400	0.600	16.1	367.2	326.6	-12.2	338.8	
4	0.800	0.200	-94.5	755.9		-	-	15.00

表-4 弱提携と強提携の比較

①	②	① - ②
371.90	326.58	45.32

- ① 弱提携の共同事業費 (億円)  
 ② 強提携の共同事業費 (億円)