

IV-13 確率ファジィ交通情報下でのルート選択問題の定式化

京都大学大学院 学生員 内田 敬
京都大学工学部 正 員 黒田勝彦

1. 本研究の目的

人間の意思決定過程は適応型の多段階意思決定問題としてモデル化が可能である。この際、与えられる情報が確率的に不確かかつその意味があいまいであり、さらに対象となる状態の認識もあいまいであるということは、通常よく経験することである。本論文はこのような状況を考慮にいれ、確率ファジィ情報下の多段階意思決定過程の1つの例として簡単な道路ネットワークにおけるルート選択問題を取り上げ、上述のようなモデル化の有用性を検討した。

2. 確率ファジィ情報

一般に情報は、より確実で具体的なものほど望ましい。しかしその意味で完全な情報は一般に利用できず、なんらかの不確実性は避けられない。そのため確率モデルが用いられてきたが、あいまいさに起因する不確実性は十分に扱えずにいた。その意味でL.A.Zadehの提唱するファジィ集合¹⁾の概念は、多くの応用可能性を示唆するものである。本質的にあいまいさを持つ人間の意思決定過程を対象とする本研究では、Zadehのファジィ概念に従って、あいまいさを積極的に考慮してモデル化を進める。

あいまいな情報を、本研究では浅居²⁾らの説に従って扱い、これを確率ファジィ情報と呼ぶ。確率ファジィ情報は図1のような構造を持つ。すなわち未知の状態 θ を観測することによって、確率法則 $f(x|\theta)$ に従って確率メッセージ x が得られ、 x がさらに $\chi_{\mu}(x)$ なる帰属度関数に従ってファジィ化されて、ファジィメッセージ $\underline{M}$ が得られるものとする。このような構造を考えるのは、情報（実験）は本質的に確率現象であってファジィな情報も例外ではないこと、また、このようにすることによって数学的な取り扱いが容易になるという理由からである。さらに

$\chi_{\mu}(x)$ を操作して、ゼロ情報やファジィ性を有さない確率情報の場合も、確率ファジィ情報の場合と同一の式で取り扱うことが可能となる。

3. 多段階ファジィ決定問題の定式化

確率ファジィ情報が利用可能かつ状態もファジィ（状態の記述があいまい）な $n(<\infty)$ 段階決定問題をファジィ決定問題 $D_n(\mathcal{F}, \mathcal{M})$ と呼ぶこととする。 $D_n(\mathcal{F}, \mathcal{M})$ を定式化する際に、次のような仮定をおく。

- 1) 意思決定者は、彼がどのような決定段階におかれているか完全に知っている。
- 2) 各期（段階）の効用は、その期の状態と行動から一意的に定まり、その値を意思決定者は持つ。
- 3) 意思決定者は状態に関する判断確率を持つ。
- 4) 意思決定者は確率情報の従う確率法則を知っている。
- 5) 意思決定者は任意のファジィ集合の帰属度関数を一意的に決める。
- 6) 意思決定者は、その期の未知の状態に関する情報（ゼロ情報を含む）を得た後、決定を下す。
- 7) 意思決定者は期待効用最大化基準に従う。
- 8) ファジィ集合の全体集合は直交している。

上の仮定のもとで、まず、ファジィな自然の状態 $\underline{F}_i$ に関するファジィメッセージ $\underline{M}_h$ が得られたときの条件付確率 $P(\underline{F}_i | \underline{M}_h)$ を、ベイズ法則とのアナロジーより次のように求める。（図1，2参照）

ファジィ状態 $\underline{F}_i$ の事前確率 $P(\underline{F}_i)$ 、ファジィメッセージ $\underline{M}_h$ の条件付確率 $P(\underline{M}_h | \underline{F}_i)$ は仮定8)よりそれぞれ次のように与えられる。

$$P(\underline{F}_i) = \int \chi_{F_i}(\theta) \phi(\theta) d\theta \quad (1)$$

図1 確率ファジィ情報の構造

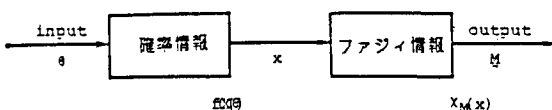
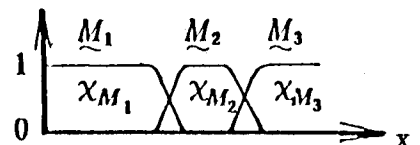


図2 ファジィ集合の帰属度関数 $\chi(x)$



$$P(\underline{M}_h|\underline{E}) = \int x_h(x) f(x|\underline{E}) dx$$

$$= \int x_h(x) \int x_{F_i}(\theta) f(x|\theta) d\theta dx \quad (2)$$

式(1), (2)を用いて $P(\underline{E}_i|\underline{M}_h)$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P(\underline{E}_i|\underline{M}_h) &= \frac{P(\underline{M}_h|\underline{E}_i)P(\underline{E}_i)}{P(\underline{M}_h)} \\ P(\underline{M}_h) &= \iint x_h(x) f(x|\theta) \phi(\theta) dx d\theta \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに $\underline{E}_i$: 1 番目のファジィ状態
 θ : 自然の状態
 $\underline{M}_h$: h 番目のファジィメッセージ
 x : 確率メッセージ
 $x_{F_i}(\theta)$: ファジィ集合 $\underline{F}_i$ の帰属度関数
 $x_{M_h}(x)$: ファジィ集合 $\underline{M}_h$ の帰属度関数
 $\phi(\theta)$: θ に関する判断確率
 $f(x|\theta)$: x の条件付確率

次に Bellman の最適性原理を満たすように、第 t 期の価値関数 w を次のように定める。(図3参照)

$$\left. \begin{aligned} t = n \text{ のとき} \\ w_{h(n)}^n(a_{h(n)}^n, E_{h(n)}^n) &= u_{h(n)}^n(a_{h(n)}^n, E_{h(n)}^n) \\ t < n \text{ のとき} \\ w_{h(t)}^t(a_{h(t)}^t, E_{h(t)}^t) &= u_{h(t)}^t(a_{h(t)}^t, E_{h(t)}^t) + W_{h(t)}^{t+1}(E_{h(t)}^{t+1}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

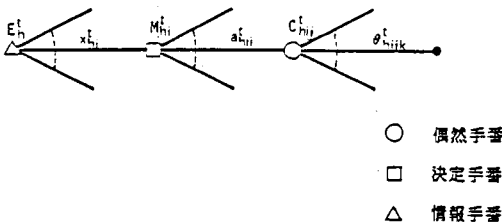
ここに $u(\cdot, \cdot)$: 効用関数
 $W(E)$: 情報手番 E の価値
 添え字 t, n は第 t 期、第 n 期を示す。

式(4)における情報手番の価値 W は

$$W_{h(t)}^t(E_{h(t)}^t) = \sum_i P(\underline{M}_i^t|\underline{E}_{h(t)}^t) \bar{w}_{h(t)}^t(a_{h(t)}^t|\underline{M}_i^t|E_{h(t)}^t) \quad (5)$$

$$\bar{w}_{h(t)}^t(a_{h(t)}^t|\underline{M}_i^t|E_{h(t)}^t) = \sum_k P(\underline{F}_k^t|\underline{M}_i^t|E_{h(t)}^t) w_{h(t)}^t(a_{h(t)}^t, E_{h(t)}^t) \quad (6)$$

図3 第 t 期の決定樹木



最適行動 $a_{h(t)}^{t*}$ は次式で与えられる。

$$a_{h(t)}^{t*} = \max_{a_{h(t)}} \bar{w}_{h(t)}^t(a_{h(t)}^t|\underline{M}_{h(t)}^t|E_{h(t)}^t) \quad (7)$$

式(4)を後向き帰納法で解くことにより、次式のように最適戦略 δ が与えられる。

$$\delta_{h(t)}^{t*}(\underline{M}_{h(t)}^t) = a_{h(t)}^{t*} \quad (8)$$

4. 経路選択モデルへの適用

ファジィ決定問題による人間の意思決定行動のモデル化の例として道路ネットワーク上での経路選択問題を考える。これは、ドライバーは結節点ごとに先を見通しながら、良いと信じる分岐を選択すると考えられるからである。すなわち各結節点を決定手番、道路の選択を行動、各道路の混雑の度合を状態(ベクトル)とみなす。情報として道路上の交通情報板を考える。ドライバーの大部分は道路の状況を知っているであろうから、状態の生起に関する判断確率や効用関数を持つであろう。そして人間が認識するのであるから状態および情報はファジィである。以上のことから経路選択問題はファジィ決定問題としてモデル化されることがふさわしい。

モデルの有効性を確認するため、図4に示すような、簡単な道路のネットワークを考え、適宜必要な条件を与えて解いた。図4 道路のネットワーク
 紙面の都合上詳細は講演時に譲るが、モデルの特性として次のことがわかった。

- 1) 情報の価値が計測可能となる。
 - a) どの結節点で情報を与えるべきか
 - b) どの程度の情報で十分か
 - c) どのような手段で情報を与えるべきかを判断するための基準がえられる。
- 2) ルート選択の情報による変化がわかる。すなわち交通管制の効果は計測可能である。

<参考文献>

- 1) 寺野寿郎: システム工学入門 共立出版 1985
- 2) H. Tanaka, T. Okada, K. Asai:
Fuzzy Information and Decision in Statistical Model
ADVANCES IN FUZZY SET THEORY AND APPLICATIONS
NORTH-HOLLAND 1979
- 3) R. Bellman: Dynamic Programming
Science Vol. 153 1 July 1966
- 4) 宮沢光一: 情報決定理論序説 岩波書店 1971