III－349　浸透・応力連成場における岩盤構造物の挙動の解析

戸田建設㈱　正員　○川口昌尚
名古屋大学　正員　市川康明
名古屋大学　正員　川本朓万

1．まえがき

河川堤防の破壊，圧密，砂質地盤の液状化などの現象は，地盤骨格系と地中水の複雑な相互作用の下で生じるものであり，これらの現象を統一的に説明し得る力学場とその解析法を確立する新しいアプローチが，現在必要とされている。ここでは，完全飽和のもとで地盤骨格系・水連成場に対して成立する支配方定式を，連続体力学に基づいた定式化によって求め，さらに得られた方程式をもとに数値解析を行うことを試みる。ただし，岩盤を扱う場合は多孔質な岩盤を仮定している。

2．浸透・応力連成場の支配方程式

一様に分布した空隙を内包する物体Bの時刻 t における形態を $X(\underset{\sim}{x}, t)$，Bの境界を ∂B，Xの境界を ∂X とする。また，時刻 t における物体の全体積をVとする。飽和した多孔質体全体に対する運動量保存則は，

$$\int_X \{ n\rho_f \dot{\underset{\sim}{V}}_f + (1-n)\rho_s \dot{\underset{\sim}{V}}_s \} dV = \int_{\partial X} \underset{\sim}{t}\, dS + \int_X \bar{\rho} \underset{\sim}{b}\, dV \tag{1}$$

と書くことができる。ここで $\underset{\sim}{t}$ は物体表面に働く応力ベクトル，ρ_f，ρ_s および $\bar{\rho}$ は液相，固相実質部分の密度および多孔質体全体の平均密度で，$\bar{\rho} = n\rho_f + (1-n)\rho_s$ で定義される。ここでnは間隙率である。また，$\underset{\sim}{V}_f$ は水の流速，$\underset{\sim}{V}_s$ は土粒子の変形速度，$\underset{\sim}{b}$ は単位質量当たりに作用する物体力，$(\dot{\ }) = D/Dt$ は時間に関する物質微分を表す。式(1) にCauchyの応力原理および発散定理を適用し，かつ固相の微小変形を仮定すると，局所形の運動方程式

$$\underset{\sim}{\nabla} \cdot \underset{\sim}{\sigma} + \bar{\rho}\underset{\sim}{b} = n\rho_f \dot{\underset{\sim}{v}}_f + (1-n)\rho_s \dot{\underset{\sim}{V}}_s \quad \text{または} \quad \underset{\sim}{\nabla} \cdot (\underset{\sim}{\sigma}' - p\underset{\sim}{I}) + \bar{\rho}\underset{\sim}{b} = n\rho_f \dot{\underset{\sim}{v}}_f + (1-n)\rho_s \dot{\underset{\sim}{V}}_s \tag{2}$$

が得られる。ここで，$\underset{\sim}{\sigma}$，$\underset{\sim}{\sigma}'$，pはそれぞれ全応力(Cauchy 応力)，有効応力，間隙水圧であり，$\underset{\sim}{\sigma}$，$\underset{\sim}{\sigma}'$ は引張りを正，pは圧縮を正とする。また $\underset{\sim}{v}_f$ は土粒子に対する水の相対速度であり，$\underset{\sim}{v}_f = \underset{\sim}{V}_f - \underset{\sim}{V}_s \approx \underset{\sim}{V}_f$ である。一方，物体Bに対する液相および固相の質量保存則は，[1),2),3)]

$$\frac{D}{Dt}\int_X n\rho_f\, dV = 0 \quad \text{および} \quad \frac{D}{Dt}\int_X (1-n)\rho_s\, dV = 0 \tag{3}$$

と書くことができる。Reynoldsの輸送定理を適用すると，局所形の質量保存方程式

$$\dot{n}\rho_f + n\dot{\rho}_f + \underset{\sim}{\nabla} \cdot (n\rho_f \underset{\sim}{V}_f) = 0 \quad \text{および} \quad \dot{\overline{(1-n)}}\rho_s + (1-n)\dot{\rho}_s + \underset{\sim}{\nabla} \cdot \{(1-n)\rho_s \underset{\sim}{V}_s\} = 0 \tag{4}$$

が得られる。水の密度変化はポテンシャルのみの関数であるとして次式を仮定する。

$$\dot{\rho}_f = \frac{c}{n}\dot{h} \tag{5}$$

ここでcは貯留係数で $c = \partial\rho_f/\partial h$ である。なお，ポテンシャルhは $h = p + \rho_f g z$ と定義される。gおよびzはそれぞれ重力加速度，基準からの高さである。一方，固相実質部分の体積変化は水の圧縮力によって生ずるので，固相実質部分の密度変化もポテンシャルの関数となり，

$$\dot{\rho}_s = \frac{\rho_s}{K_s}\dot{h} \tag{6}$$

となる。ここで K_s は固相実質部分の体積弾性係数である。式(4) に式(5),(6) を代入したものからnを消去し，かつDarcy 則 $n\underset{\sim}{v}_f = -\underset{\sim}{K}\underset{\sim}{\nabla} h$ および $\underset{\sim}{V}_f = \underset{\sim}{v}_f + \underset{\sim}{V}_s$ を考えると，

$$\{c + (1-n)\frac{\rho_f}{K_s}\}\dot{h} + \rho_f\,\underset{\sim}{\nabla}\cdot\dot{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{\nabla}\cdot(\underset{\sim}{K}\,\underset{\sim}{\nabla}h) \tag{7}$$

を得る。ここで，$\underset{\sim}{K}$は透水係数マトリックス，$\underset{\sim}{u}$は多孔質体の変位であり $\dot{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{V}_s$ である。岩盤を対象とする場合，多孔質体全体の体積変化に比較して固相実質部分の体積変化は無視できるほど小さくない。この意味で式(7) に後者を表す項 $\{(1-n)\rho_f/K_s\}\,\dot{h}$ があることにより，岩盤をも対象とすることができるわけである。

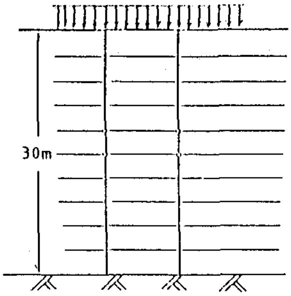

Fig.1 Numerical model

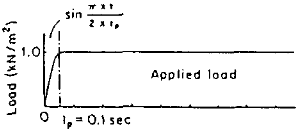

Fig.2 Loading condition

Young Modulus	E	30.0 (MN/m^2)
Poisson Ratio	ν	0.2
Mass Density of Soil	ρ_s	2.0 (Mg/m^3)
Mass Density of Fluid	ρ_f	1.0 (Mg/m^3)
Bulk Modulus of Soil Grain	K_s	10.7 (MN/m^2)
Storage Coefficient	C	3×10^{-5} (g/Nm)
Permeadility	K	0.01 (m/s)
Porosity	n	0.3

Table 1 Physical constants

3．数値解析と解析結果

数値解析を行うには式(2) および式(7) から仮想仕事式を導き，これを有限要素によって空間離散化を行うわけであるが，ここではポテンシャルに対しては双一次，変位に対しては完全双二次の形状関数を用いた。[4]また，解析例としてFig.1 に示すような等分布荷重による圧密問題を考えたため固相の加速度項を無視し，ふたつの離散微分方程式を連立したものに対してθ法を適用した。解析に用いた物理定数および荷重条件はそれぞれ，Table 1,Fig.2 に示した。ここで表面はポテンシャル$h=0$の境界で，底面は不透水層に接しているので$\underset{\sim}{q}=\underset{\sim}{0}$とし，また一次元的な圧密を考えるため側方への流れもないとした。さらに，表面付近でポテンシャル分布が不連続となることによって生じる解の振動を防ぐため，空間領域においてポテンシャルの平滑化を行った。[4]解析結果のうち固相が圧縮性および非圧縮性の場合についてのポテンシャルをそれぞれFig.3,Fig.4 に示した。

両図を比較すると，固相が非圧縮性である場合の方がポテンシャルが大きくなることがわかる。これは，固相，液相によって受け持たれている平均球面応力が，固相が非圧縮性の場合すべて液相によって受け持たれるためと考えられる。

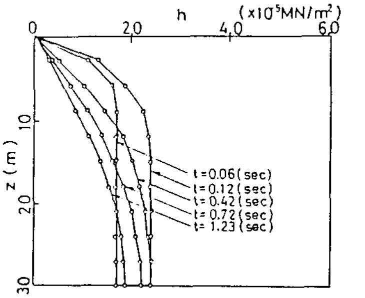

Fig.3 Distribution of water head potential function (soil is compressible)

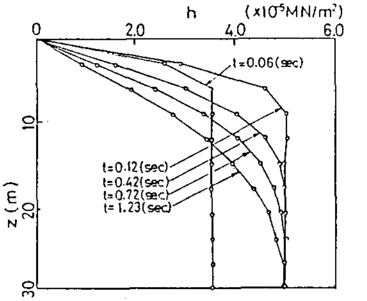

Fig.4 Distribution of water head potential function (soil is uncompressible)

4．まとめ

完全飽和を仮定した時，地盤骨格系，水連成場を支配する物理保存則は，固相および液相に対する質量保存則と系全体に対する運動量保存則であり，支配方程式は連続体の立場から導くことができる。またここで得られた基礎微分方程式は，固相の圧縮性を導入したことにより多孔質な軟岩をも対象とすることができる。

（ 参考文献 ）

1). Ichikawa,Y.and Kawamoto,T.: A Continuum Theory of Coupled Seepage and Motion Problem in Saturated Porus Media,Soils and Foundations, Vol.23 (1983),pp.165-167

2). 市川康明：増分弾塑性理論と岩質材料の破壊過程に関する基礎的研究，名古屋大学博士論文(1986).

3). 山上拓男：浸透および圧密問題の数値解析に関する研究，京都大学博士論文(1982).

4). 菊池　昇：流体解析の数学的基礎，数理科学，No.236 (1983),pp.61-67.