

III-318 確率有限要素法による掘削斜面の信頼性解析

京都大学農学部 学生員 ○西村 伸一
京都大学農学部 正 員 長谷川高士

1. はじめに

近年、有限要素法に線形一次近似を適用し、各種の確率変数を含んだ解析(確率有限要素法)⁽¹⁾の開発が進められている。著者らは、この手法を掘削斜面解析に適用し、斜面の局部破壊確率を求めた。特に、本報告では、材料パラメータである単位体積重量 γ_t 、有効応力に基づいた静止土圧係数 K_0 、非排水ヤング率 E_u 、非排水強度 C_u を確率変数とし、完全飽和の非排水状態にある正規圧密土に対するこれらのパラメータの不確定性の推定法について重点的にのべる。

2. 確率有限要素法の定式化

本手法は、基本的には、Cambouの示している手法と同様であるが、これに掘削斜面解析としての特性を盛り込んだ。以下に、その概要をのべる。

複数段階の掘削を行う場合において、第 n 掘削段階における変位と節点力の釣り合い方程式は、節点力ベクトルを前掘削段階の応力の関数として、次の式で与えられる。

$$[K] \{U^n\} = \{P^n\} + \{P^{(n-1)}\} \quad (1)$$

$[K]$: 剛性マトリクス $\{U^n\}$: 掘削 n 段階における節点変位ベクトル

$\{P^n\}$: 掘削 n 段階における節点力ベクトル $\{P^{(n-1)}\}$: 掘削 $n-1$ 段階における要素内応力

第 n 掘削段階における応力は、次の式で与えられる。

$$\{\sigma^n\} = [D][B]\{U^n\} + \{\sigma^{(n-1)}\} \quad (2)$$

$[D]$: 応力-歪マトリクス $[B]$: 歪-変位マトリクス

これから、 i 節点変位の分散と、 i 要素内応力の分散が、 X を確率変数として、次の式で与えられる。

$$\text{Var}(\{U^n\}) = \int \int (\partial U_i^n / \partial x_k) (\partial U_j^n / \partial x_l) \text{Cov}(x_k, x_l) \quad (3)$$

$$\text{Var}(\{\sigma^n\}) = \int \int (\partial \sigma_i^n / \partial x_k) (\partial \sigma_j^n / \partial x_l) \text{Cov}(x_k, x_l) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \{U^n\}}{\partial x} = [K]^{-1} \left[\frac{\partial \{P^n\}}{\partial x} - \frac{\partial \{P^{(n-1)}\}}{\partial x} \right] \quad (5) \quad \frac{\partial \{\sigma^n\}}{\partial x} = \frac{\partial [D][B]\{U^n\}}{\partial x} + [D][B] \frac{\partial \{U^n\}}{\partial x} + \frac{\partial \{\sigma^{(n-1)}\}}{\partial x} \quad (6)$$

3. 非排水パラメータの不確定性と相関性

確率有限要素法を有効に利用するためには、データの不足により直接推定するのが困難な、土質パラメータの不確定性や、パラメータ間の相関性を推定する何らかの手段が必要である。本研究においては、飽和・非排水状態にある正規圧密土を対象に、考え得る一つの手法として、Critical State理論に基づく状態境界面モデル⁽²⁾を用い、パラメータの分散値、期待値を推定する方法を考案した。

物理試験結果から得られる土の比重 G_s 、間隙比 e 、標準圧密試験結果から得られる圧縮指数 λ 、膨潤指数 κ 、及び、 $\bar{\sigma}_3$ 三軸圧縮試験結果から得られるパラメータ ϕ' 、 β を最も基本的なパラメータとする。 ϕ' は、軸歪15%時のモール円の、原点を通る接線の傾きであり、 β は、同試験結果における軸差応力-軸歪関係の原点における接線の傾き G' 、圧密終了時の比体積 v 、圧密応力 p によって、(7)式から得られるパラメータである。これらの6つのパラメータは一般的な土質試験から得られ、またこれを用いることによって、Table1に示される様に、掘削斜面解析に必要な不確定性パラメータである単位体積重量 γ_t 、有効応力に基づく静

Table1 非排水パラメータ

$\beta = G'/v_p$	(7)
$G' = \{d(\sigma'_1 - \sigma'_3)/3d\epsilon_1\}_{\epsilon_1=0}$	(8)
$\gamma_t = (G_s + e)\gamma_w / (1 + e)$ (γ_w : 水の単位体積重量)	(9)
$K_0 = (3 - \eta_0) / (3 + 2\eta_0)$	(10)
$\eta_0 = M / (2 + \lambda B - \sqrt{\lambda^2 B^2 + M^2} / 4 + 3\lambda B - 3\kappa B - \lambda BM)$	(11)
$M = 6 \sin \phi' / (3 - \sin \phi')$	(12)
$E_u = B(1 + e) \{ \gamma_{t_1} Z_1 + \gamma_{t_2} Z_2 + \dots + \gamma_{t_n} Z_n / 2 - \gamma_w h \} (1 + K_0^2)$	(13)
$C_u = 1/2 \cdot M \cdot \{ \gamma_{t_1} Z_1 + \gamma_{t_2} Z_2 + \dots + \gamma_{t_n} Z_n / 2 - \gamma_w h \} \times \exp \left(\frac{1}{\lambda} (\lambda \ln \frac{1 + 2K_0}{3} + \frac{\lambda - \kappa}{M} \eta_0 - \lambda + \kappa) \right)$	(14)
γ_{tk} : 第 k 層の単位体積重量 ($k=1, 2, \dots, n$)	
Z_k : 第 k 層の層厚	
h : 層の中央から地下水面までの距離	
$K_0 = \frac{K_0^0 \sigma'_v + (\sigma_v - \sigma'_v)}{\sigma'_v}$ σ'_v : 鉛直有効応力	(15)
σ'_v : 鉛直全応力	

止土圧係数 K_0' 、非排水ヤング率 E_u 、非排水強度 C_u が、統一したパラメータで表現でき、 γ_t 、 K_0' 、 E_u 、 C_u 間の相関性を仮定することができる。但し、(13)、(14)式においては、地盤が水平な層をなしていることを仮定しており、(13)、(14)式は、それぞれ第 n 層（地表面に近い方から1層、2層とする。）に対応する。 G_s 、 e 、 λ 、 κ 、 ϕ' 、 β に不確定性を与えることによって、 γ_t 、 K_0' 、 E_u 、 C_u の不確定性を求めることができる。また、掘削斜面解析における初期応力の計算に必要な全応力に基づく土圧係数 K_0 は、(15)式で与えられる。

4. 掘削斜面の解析

地盤モデル Fig.1に、解析を行う地盤のモデルと有限要素を示す。地盤は、第四紀沖積層に属し、Bs、Ts、Ap、Acなる四層からなっており、さらに、Ac層を6層に細分化して考える。地盤は、全層、完全飽和の非排水、正規圧密状態にある。この地盤の五段階掘削を行う。

非排水パラメータの決定 Table2に、4つの層における6つの基本パラメータの期待値と変動係数を与える。6つのパラメータは、 $e-\lambda$ 間を除いて互いに独立であり、各層間も独立であると仮定する。 $e-\lambda$ 間には高い正の相関性が存在する、という経験的事実に基づいて相関係数0.8を仮定し、また、Ac層に属する6つの層の間では、パラメータは、完全相関であるとする。この値によって計算された γ_t 、 K_0' 、 E_u 、 C_u の期待値と変動係数をTable3に与える。また、パラメータ間の空間的相関係数を求めたが、その一例として、 C_u の空間的相関係数をTable4に示す。FEM解析に必要な弾性定数の一つである非排水ポアソン比は、全層において、0.46の一定値をとるものとし、確定値として扱う。

解析結果 γ_t 、 K_0' 、 E_u 、 C_u を不確定性パラメータとして確率有限要素解析を行い、その結果求められる応力の期待値、分散と非排水強度 C_u を用いて引張、せん断破壊確率を求めた。但し、材料はモール-クーロンの破壊規準に従うものとし、また、応力と C_u の分布形は正規分布であると仮定する。Fig.2に、掘削1、5段階のせん断破壊確率を与える。

参考文献

- (1) Cambou, B.: Application of First-order Uncertainty Analysis in the Finite Elements Method in Linear Elasticity, Proc. of 2nd Int. Conf. Application of Statistics and Structural Engineering, Aachen, pp. 67-87, 1975
- (2) 長谷川高士, 内田一徳, 野村孝: Critical state理論に基づく状態境界面モデルと掘削による地盤内応力解析, 農業土木学会全国大会, 1985年8月, pp. 414-415

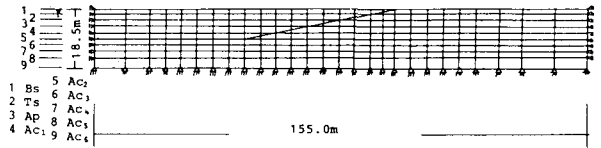


Fig.1 地盤のモデルと有限要素

Table2 基本パラメータの不確定性

層	Bs	Ts	Ap	Ac
	期待値			
	変動係数			
G_s	2.50 10.0%	2.47 10.0%	2.24 18.1%	2.64 2.5%
e	1.15 20.0%	3.15 20.0%	5.62 49.1%	2.05 25.7%
λ	0.20 20.0%	0.20 20.0%	1.735 30.0%	0.45 20.0%
κ	0.05 20.0%	0.05 20.0%	0.19 30.0%	0.03 20.0%
ϕ	30.0° 10.0%	30.0° 10.0%	41.3° 15.7%	40.0° 7.2%
β	12.00° 20.0%	13.04° 33.6%	4.67° 40.0%	25.46° 26.8%

* 印のついたものは仮定値

Table3 非排水パラメータの不確定性

層	$\gamma_t (t/m^3)$	K_0'	$E_u (t/m^2)$	$C_u (t/m^2)$
	期待値			
	変動係数			
1 Bs	1.77 8.2%	0.943 13.3%	95 24.4%	0.36 13.0%
2 Ts	1.36 5.9%	0.958 13.6%	453 39.0%	0.82 11.9%
3 Ap	1.20 8.8%	0.742 24.4%	265 60.1%	1.16 11.4%
4 Ac1	1.54 6.3%	0.806 11.4%	851 32.9%	1.34 9.4%
5 Ac2			1070 31.1%	1.69 9.6%
6 Ac3			1288 30.1%	2.04 10.5%
7 Ac4			1505 29.5%	2.38 11.4%
8 Ac5			1724 29.1%	2.73 12.1%
9 Ac6			1996 28.8%	3.17 12.9%

Table4 C_u の空間的相関係数

層番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.000	0.476	0.447	0.433	0.330	0.249	0.195	0.160	0.129
2		1.000	0.538	0.522	0.398	0.300	0.236	0.192	0.156
3			1.000	0.722	0.550	0.415	0.326	0.266	0.215
4				1.000	0.927	0.824	0.744	0.687	0.637
5					1.000	0.976	0.941	0.910	0.879
6						1.000	0.992	0.978	0.962
7							1.000	0.997	0.989
8								1.000	0.998
9									1.000

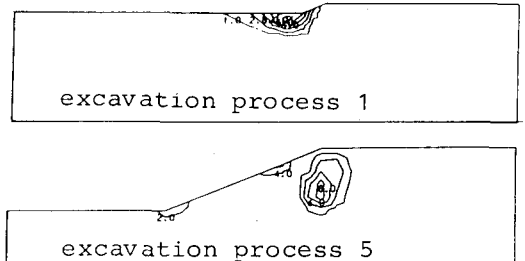


Fig.2 せん断破壊確率（%）