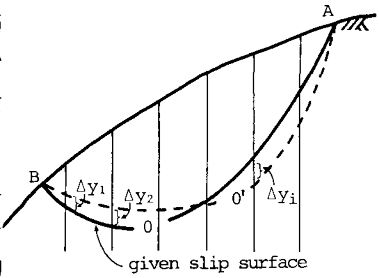
III-312　非線形計画法に基づく破壊斜面の強度定数逆解析について

徳島大学工学部　正　山上拓男
同　上　　正　植田康宏

1．まえがき：地すべり地のすべり面に沿う強度定数は多くの場合いわゆる逆算法で決定されている。また自然あるいは盛土斜面を問わず崩壊時の復旧対策と関連して強度定数を逆解析すべき要請は決して少なくない。このような現状から筆者らは主として地すべり地を想定した強度定数逆算法を提案した[1]。この方法は極めて初歩の数学的手法を用いるのみで非円形すべり面場に適用することも可能であるが、反面強度定数に関して均質でなければならないとの制約を有している。他方、Nguyen[2)3)]は筆者らとはまったく異なった立場から非線形計画法（シンプレックス法，セカント法）に基づく強度定数c、φの逆解析を試みている。Nguyenの方法は原理的には非均質地山にまで適用できるのであるが、彼の用いた定式化には問題を規定すべき条件数が不足しているため、たとえ均質場であったとしても解がユニークに定まらないという難点が明らかにされている。本研究は新たにやはり非線形計画法に立脚した逆解析法を提案するものであるが、この方法は非均質場に適用できるのみならず、解を唯一に定め得るという上記2つの方法の欠点を十分カバーする手法である。

2．基本概念の説明：図－1の模式図において曲線（実線）AOBに沿って破壊（すべり）が生じたものとする。このとき破壊斜面の逆解析といえば広義にはこの斜面の強度定数、単位重量、間隙水圧（係数）あるいは地下水面位置、などの諸パラメータを特定（同定）することであるが、ここではとりあえず強度定数のみが同定すべき未知パラメータであると仮定しておく。そして非均質場も包含する意味で強度定数を一般的にベクトル $\mathbf{c}$，$\boldsymbol{\phi}$ で、また同定すべき正しいそれらを $\mathbf{c}_0$，$\boldsymbol{\phi}_0$ で表す。さらにこの斜面の振る舞いは安全率算定式として採用されるいかなる理論式にも忠実に従うものと仮定する。



図－1　基本概念の説明

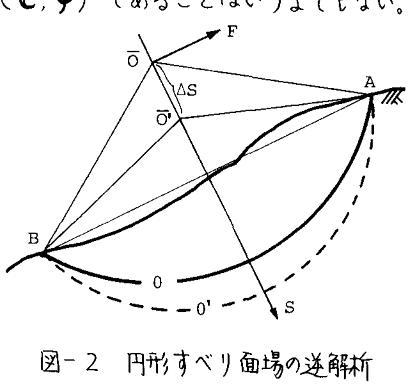
以上の条件のもとで、この斜面は強度定数 $\mathbf{c}_0$，$\boldsymbol{\phi}_0$ が付与されたとき曲線AOBに沿って最小の安全率を持つことになる。換言すれば $\mathbf{c}_0$，$\boldsymbol{\phi}_0$ 以外のある任意の強度定数 $\mathbf{c}$，$\boldsymbol{\phi}$ のもとではこの斜面は曲線AOB以外の別の曲線、たとえば図中の破線AO'B，に沿って最小の安全率を有するであろう。ただし両端A，Bは固定して考える。いまこれら両曲線のずれの大きさを表す指標として、すべり土塊を適当な数の鉛直線で分割したときの各分割線上の縦距 Δy_i に注目する。このとき Δy_i の大きさは $\mathbf{c}$、$\boldsymbol{\phi}$ の関数とみなし得る。無論 $\mathbf{c}$，$\boldsymbol{\phi}$ が正解をとるとき Δy_i は零となる。いま1つ、曲線AOBに沿う安全率（文献 1）で用いている現状安全率、破壊斜面では1.0～0.9）を F_0 とすれば、求めるべき強度定数 $\mathbf{c}_0$，$\boldsymbol{\phi}_0$ は必らず　$F = F_0$　を満さねばならない。ここに、Fは採用された安全率算定式を意味する。$F = F(\mathbf{c}, \boldsymbol{\phi})$ であることはいうまでもない。

これらの記述を総合すると、目下の逆問題を次のような制約条件付き非線形最適化問題として定式化することができる：

$$\left.\begin{array}{ll} \text{minimize} & U(\mathbf{c},\boldsymbol{\phi}) = \sum \Delta y_i^2 \\ \text{subject to} & F = F_0 \end{array}\right\} \quad \text{-----}(1)$$

ここに、目的関数 $U(\mathbf{c}, \boldsymbol{\phi})$ の最小値が零であることは明らか。

3，簡便分割法への応用：ここでは上述した基本概念を具体的に実行すべく、安全率算定式に最も単純な円形すべり面を対象とした簡便分割法を採用する。まずすべり面が円弧で与えられる場合は

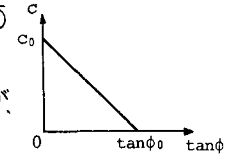


図－2　円形すべり面場の逆解析

式(1)の目的関数が一層簡潔に表示し得ることを述べねばならない。この様子を図－2に示した。図中円コAOBがこの場合の現状すべり面を、また点Ōがその中心を表している．いま直線ABに下した垂線を直線ŌSとし、C，φ逆解析の探索を円コの中心が常に直線ŌS上に位置するとの条件で行うものとする。これより正解C_0, ϕ_0以外の強度定数のもとではこの斜面はたとえば中心をŌ'とする円コAO'Bで最小の安全率を与える。そこでこれら両円コの中心のずれΔSに注目すると、式(1)に代って次のような目的関数の定義が可能となる：

$$\text{minimize}\ U(C,\phi)=\Delta S^2\ \ (\text{or}\ |\Delta S|)\ \text{-----}\ (2)$$

ΔSを定めるには直線ŌS上で安全率Fの最小値を直線探索する必要がある。つまりある与えられた1組のC，φのもとに直線ŌS上で最小の安全率を与える円コ（の中心）を探索しなければならないが、これには黄金分割法[4]を用いた。

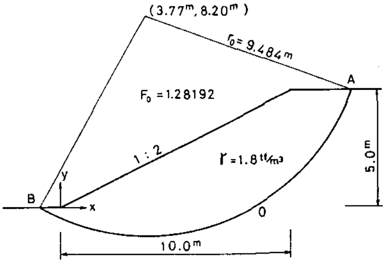


図－3 C－tanφ関係

一方、斜面が均質な場合、制約条件式は式(3)となる．

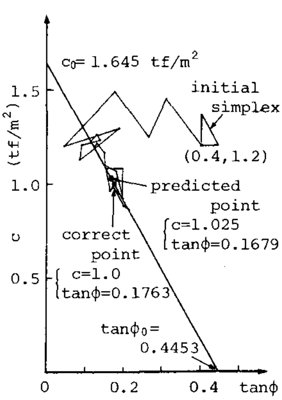
$$F=\frac{c\cdot\Sigma l+\tan\phi\,\Sigma(W\cos\alpha-ul)}{\Sigma W\sin\alpha}=F_0\ \text{----}(3)$$

これは図－3に示したいわゆるC－tanφ関係を意味している。したがってこの場合は式(3)に加え、$0\leqq C\leqq C_0$，$0\leqq\tan\phi\leqq\tan\phi_0$ ----(4) なる制約条件も追加することができる．以上の議論を要約すると、本解析法で得られる強度定数は次の2点を満している意味で完全であり、ユニークな1組の強度定数を同定することも可能となるのである： 1). 曲線AOBがこの斜面の臨界すべり面であること（式(2)），2). 臨界すべり面に沿う安全率がF_0であること（式(3)）。 他方Nguyenの手法はいわば式(3)だけに注目したものであり、解が唯一に定まらないのもある意味では当然の帰結であろう．

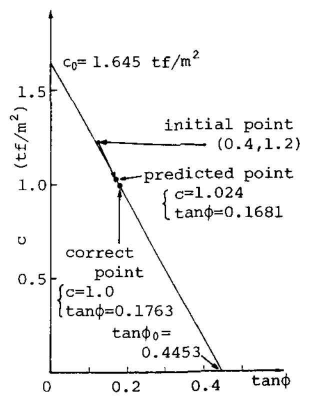


図－4 適用例（全応力解析）

斜面が非均質ならばそれに応じて式(3)を修正すればよく、またBishop法など他の理論を採用する際にも式(3)を書き改めるのみであって本筋においてはなんら変るところはない。問題は式(2)の目的関数の最小化、しかも制約条件付きのそれ、をいかなる理論で実行するかにある。これに関してはSUMTとSimplex法を結合した解法[5]、ならびにPavianiとHimmelblauの方法[5)6)]を検討した。



図－5 SUMT+Simplex法



図－6 Pavianiらの方法

4. 適用例と結言： 別途になされた安定解析より図－4の斜面は C=1.0 tf/m²，φ=10°のとき図中の円コに沿って最小安全率F_0=1.28192を有することが知られている。そこでこの斜面の強度定数は未知であるが、図のすべり面位置とF_0の値が与えられたとしてC、φを逆解析した。図－5、6に上記2つの方法による探索過程と最終逆解析値を示している。両解法いずれもC、tanφの初期値（出発値）はそれぞれ1.2 tf/m²，0.4であるが、目的関数最小化のプロセスに伴って試行解が制約条件を表す直線上の正解に向って逐次漸近している状況がうかがわれる。得られた逆解析値は図－5でC＝1.025 tf/m²，tanφ＝0.1679（φ＝9.53°），図－6でC＝1.024 tf/m²，tanφ＝0.1681（φ＝9.54°）であった。ほぼ完璧な解が求められており本手法の妥当性が確かめられたといえよう。

【参考文献】1)山上・植田：地すべり、Vol.21, No.2～4；第6回岩の力学国内シンポジウム．2) Nguyen, V.U.: Proc. 4th Austral.-N.Z. Conf on Geomechanics, pp.617～，1984．3) Nguyen, V.U.: Geotechnique, Vol.34, No.3, pp.423～，1984．4)山本・小山訳：非線形最適化問題，培風館．5)関根訳：非線形最適化問題の反復解法、培風館．6) Paviani, D.A. and D.M. Himmelblau: Operations Res., Vol.17, pp.872～，1969．