III-311 Janbu厳密法を用いた臨界すべり面探索法の問題点

徳島大学工学部 正 植田康宏
徳島大学工学部 正 山上拓男

1．まえがき： 近年、非線形計画法、動的計画法などの数理計画法を応用した、非円形すべり面理論に基づく臨界すべり面探索手法がいくつか提案されている[1)2)3)]。筆者らも動的計画法および非線形計画法に属するシンプレックス法を用いて Janbu法に基づく斜面安定解析手法を開発した[4)5)]。ただし、これらの方法で採用された Janbu法はいずれも側面の不静定力を無視した簡便法であった。そこでより一層精度の向上を計らんとして、提案した手法に側面の不静定力を考慮するいわゆる Janbu厳密法の導入を試みた。ところが Janbu法で通常行われる不静定力の作用点（つまり推力線の位置）の仮定と関連して、臨界すべり面の探索が正しく実行されないことが判明した。すなわち、探索途中で非現実的なすべり面が自動的に仮定され、最終的には解が収束しない事態に陥ることが明らかになった。本報告は、こうした Janbu厳密法に基づく臨界すべり面探索法に伴う数値解析上の困難さを議論するものである。

2． Janbu厳密法による安全率算定： Janbu厳密法による安全率は次に示す３つの式を用いて計算される。

(i)安全率算定式；

$$Fs = \frac{1}{\Sigma(p+t)\Delta x\tan\alpha}\ \Sigma\frac{\{c + (p+t-u)\tan\phi\}\Delta x(1+\tan^2\alpha)}{1 + \tan\alpha\tan\phi/Fs} \tag{1}$$

ここに、$p = \Delta W/\Delta x + \Delta q$、 $t = \Delta T/\Delta x$ (1)'

(ii)スライスの水平方向のつりあい式；

$$\Delta E = -(p+t)\Delta x\tan\alpha + \frac{1}{Fs}\left\{\frac{c + (p+t-u)\tan\phi}{1 + \tan\alpha\tan\phi/Fs}\right\}\Delta x(1+\tan^2\alpha) \tag{2}$$

(iii)スライス底面の中心に関するモーメントのつりあい式；

$$T = E\tan\alpha_t + h_t\frac{dE}{dx} \tag{3}$$

ここに、ΔW:スライス重量、Δq:等分布上載荷重、Δx:スライス幅、T、E:スライス側面に働く不静定力、u:間隙水圧、α:スライス底面の傾き、α_t:推力線の傾き、h_t:スライス底面から推力線までの鉛直距離。

(1)～(3)式を用いて安全率を求める具体的手順は以下のようである[6)]： 式(1)でFsを求めるにはtが既知量でなければならない。そこでまず、tの初期値として $t=t_0=0$ を仮定しFs_0を求める。次に、式(2)にt_0とFs_0を代入し各スライス毎にΔEを求め、 $E = E_b+\Sigma\Delta E$ より全てのスライス分割線上でのEを決定する。このEの値と式(3)を用いてTが計算される。ただし、h_t、$\tan\alpha_t$は推力線の位置をすべり面から土かぶり高さの1/3のところに仮定した値である。得られたTよりスライス毎の増分ΔTを求め、式(1)'を用いて $t=t_1$を評価する。これを改めて式(1)に代入し、安全率Fs_1を求める。Fs_1とFs_0の差が許容値内に収まっていれば計算は終了、そうでなければ、$Fs = Fs_1$として同様な計算を行い、この反復過程を $Fs_j \fallingdotseq Fs_{j+1}$となるまで繰り返す。

3． Janbu法適用の問題点： ここでは筆者らが提案したシンプレックス法に基づく安定解析法[5)]を例にとり、Janbu 厳密法適用の問題点を明らかにする。まず、提案する臨界すべり面探索手法について要約する： 本手法は、斜面安定問題を“安全率Fを目的関数とし、すべり面の分割線上におけるy座標値y_iを独立変数とする最適化問題”としてとらえ、これを解くことによって最小安全率を与えるすべり面を決定するというものである。そしてFを最小にするy_iの組合わせを探索する手法にシンプレックス法[7)]

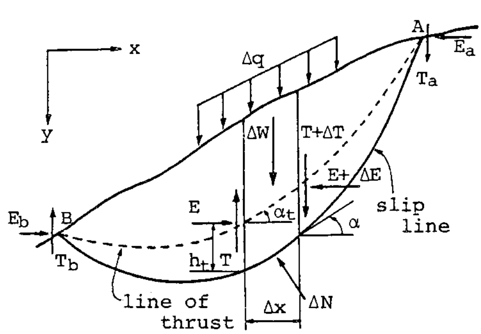

図１ Janbu厳密法による安全率算定式

を導入している。シンプレックス法は独立変数の数をｎとするとき、ｎ次元空間においてシンプレックスと呼ばれるn+1個の頂点がつくる多面体に注目する。そしてシンプレックスの各頂点で目的関数の値を比較し、鏡像、拡張、収縮及び縮小の４つの操作の適当な組合せを繰り返し継続しつつ最適解に向かってこのシンプレックスが移動する仕組みになっている。目下の問題に関していえば、独立変数は分割線上のすべり面位置y_iであり、シンプレックスが移動することに伴って各y_iの値がさまざまに変化しつつ、最終的には目的関数つまり安全率Fの最小値を与える１組のy_iが明らかになる、というのが筆者らのねらいであった。そして実際、側面の不静定力を無視した場合は前述の如くこの方法は完全に成功した。ところが、同じ手順をJanbu厳密法に適用すれば情況は一変し、極めて困難な事態に陥り、事実上この方法で臨界すべり面を探索することは不可能に近いことが判明した。困難な事態の原因は、端的にいえば、シンプレックス法に従ってすべり面を探索する過程で図２の模式図(a)に示すように、試行すべり面の勾配の値が正から負に（あるいはその逆に）大きく変化し得ることと、いま１つは側面の不静定力の作用点の位置を土かぶり高さの1/3に仮定している事実に密接に係わっている。殊にやっかいな点は、最適解探索の過程で滑らかさを欠いた不自然な形状のすべり面が仮定された場合（この現象は非円形臨界すべり面を自動探索する限りは不可避）、安全率が（現実には非常に大きいはずであるのに）過小に計算される事実である。これらについて簡単に考察するため図２の模式図を利用する。(a)図は探索過程のある任意の仮定すべり面と推力線を、また(b)図はこれに対する水平不静定力の分布である。 Eの分布が図示する形状を持つことは十分首肯できる。さて、不静定力Tは式(3)で決定される。いま､スライス④に注目すると、T_4は $T_4 = E_4 \tan\alpha_{t4} + h_{t4}(dE/dx)_4$ で求められる。式中右辺第１項の$\tan\alpha_{t4}$は図から明らかなように大きい負の値をもつ。ところが第２項の$(dE/dx)_4$はEの分布から明らかなようにほとんど零に近い値となる。このため、T_4は大きい負の値をとることになる。 スライス⑤でも推力線の傾きは負の値をとるため式(3)の第１項は負値となる。 しかし第２項の$(dE/dx)_5$が図２(b)より正の値となるため、T_5は大きい負値となることはない。他の分割線上のTについても正か零に近い値をとることがわかる。つまり目下のすべり面に対してTの分布は図２(c)のように評価される。この T の分布をもとに各スライス毎のΔTを評価すると、スライス④では、$\Delta T_4 (=T_4-T_5)$が非常に大きい負値となって安全率に大きい影響を及ぼし、これが上述の問題点の根源となるのである。すなわち求まったΔTを用いて式(1)で安全率を計算する際、スライス④では分母の$\Delta T_4 \tan\alpha_4$が $\alpha_4 < 0$ ゆえ大きい正の値となる。それに比して分子の$\Delta T_4 \tan\phi$は負値のままである。つまり、図２(a)に示すようなすべり面形状では、式(1)の分母は大きくなり、逆に分子は小さくなるため、安全率が過小に評価されるのである。そして、紙数制約のため詳細は割愛せざるをえないが、安全率が過小評価されればされる程、より不自然な形状のすべり面が仮定され、ついには負値の安全率を算出することすら起こりえて、解は収束しなくなるのである。

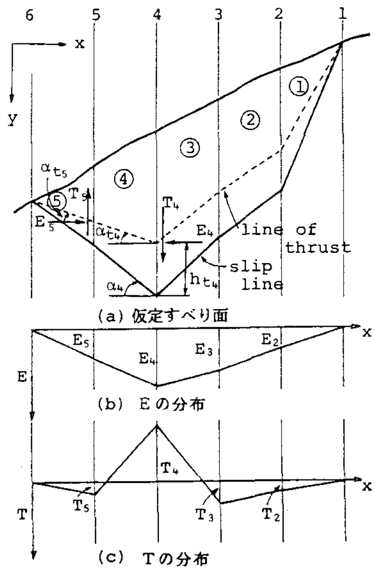

図２　探索途中のすべり面

４．結　言： Janbu厳密法に基づく非円形すべり面探索法に伴う数値解析上の難点を明らかにした。

［参考文献］1)Baker,R.:Int.Jour.Nume.Anal.Meth.Geome.,Vol.4,No.4,pp.333- ,1980. 2)Arai,K.,K.Tagyo:S.& F.,Vol.25,No.1,pp.43- ,1985. 3)Greco,V.R.:S.& F.,Vol.25,No.4,pp.142-,1985. 4)Yamagami,T.,Y.Ueta:Jour.Japan Landslide Society,Vol.22,No.4,pp.8- ,1986. 5)山上、植田：昭和61年度中四国土木学会、1986. 6)Janbu,N.:Embankment-dam Engineering(eds.R.C.Hirschfeld et al),John Wiley & Sons,pp.47- ,1973. 7)Kowalik,J.,M.R.Osborne:非線形最適化問題（山本、小山共訳）、培風館､1971.