

III-268 有限変形理論による不連続面を有する 空洞の弾塑性解析

鹿島建設機
同
同

正会員 庄子 幹雄
同 佐々木 猛
同 森川 誠司

1. はじめに

岩盤内に、トンネル、地下空洞等を建設する場合、地盤内に存在するジョイント等に代表される不連続面の挙動が、周辺地盤の安定性、掘削壁面の変形に重要な影響を与えることが知られている。このような挙動を解析する数値モデルとして、地盤をブロックの集合として表わしたDEMモデル、剛体とバネで表わした、RBSMモデルが提案され、これまでに多数の研究がなされ、成果が得られている。ただし、これらのモデルは、ブロック自体は剛体と仮定しているため、弾性的な変形が含まれず、それらの結果も、そのモデル化に影響される場合がある。また、従来の微小変形仮定による有限要素解析では、不連続面をジョイント要素などで、モデル化可能であるが、剛体回転運動を無視しているために、不連続面で接触と回転が同時に起こる挙動を解析するには無理がある。ここでは、不連続面が存在する地盤内に空洞を掘削するモデルを対象に、剛体回転運動を考慮した、有限変形弾塑性解析理論^{1)~3)}により、有限要素法とジョイント要素を用いて解析した。

2. 有限変形理論の概要

任意の変形での速度系の運動を表わす釣合方程式は、Hill²⁾により

$$\int_{V^0} \dot{\epsilon}_{ij} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) dV^0 = \int_{V^0} \dot{b}_i \delta v_i dV^0 + \int_{S^0} \dot{f}_i \delta v_i dS^0 \quad (1)$$

のように表わせる。ここに、 t ：基準座標系の公称応力（ラグランジ応力）、 b ：body force、 f ：表面力、 v_i ：物体の点の速度、 V^0 ：基準座標系の体積、 S^0 ：基準座標系の表面積

ラグランジの応力速度 t の剛体回転に対する Kirchhoff の応力速度 τ^* との関係は、Jaumann 微分を用いて次の様に表わせる。

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\tau}_{ij} - \sigma_{kj} D_{ki} - \sigma_{ik} D_{kj} + \sigma_{ik} v_{j,k} \quad (2)$$

ここに、 σ ：Cauchy応力、 $v_{i,k} : \partial v_i / \partial x_k$ (x は変形後の座標) D は、速度系の変形テンソルで、(3)式で表わされる。

$$D_{ij} = 1/2 (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (3)$$

また、Kirchhoff 応力 τ と Cauchy 応力 σ は、近似的に次の関係がある。

$$\tau_{ij} = J \sigma_{ij}$$

ここに、 J は変形前と変形後の体積比で、 $J = \det | \partial x_i / \partial X_j | = \det | F |$ の変形勾配 (deformation gradient) マトリックスで表わされる。¹⁾ (1)式に (3)式を代入し、剛体回転を考慮した変形後の釣合は、(4)式で

$$\int_V [\dot{\tau}_{ij}^* \delta D_{ij} - \frac{1}{2} \sigma_{ij} \delta (2 D_{ik} D_{kj} - v_{k,i} v_{j,k})] dV = \int_S \dot{f}_i \delta u_i dS + \int_V \dot{b}_i \delta v_i dV \quad (4)$$

表わされる。これらを、図-1の様に、基準座標を各増分毎に更新する。Updated Lagrangian定式化³⁾を用いて、増分形の有限要素解析を行う。また、変形の増分を小さくした場合には、 $J \neq 1$ となり、 $\Delta \tau_{ij} \div \Delta \sigma_{ij}$ の近似を用いることができる。これらを用いて増分形の応力およびひずみは、

$$\{\Delta \sigma_{ij}\} = \{\tau^*_{ij}\} dt, \quad \{\Delta \epsilon\} = \{D_{ij}\} dt \quad (5)$$

$$\{\Delta \sigma\} = [C] \{\Delta \epsilon\}, \quad \{\tau^*\} = [C] \{D\} \quad (6)$$

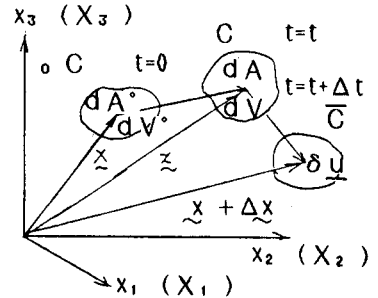


図-1 座標系

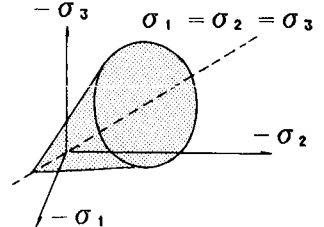


図-2 降伏条件

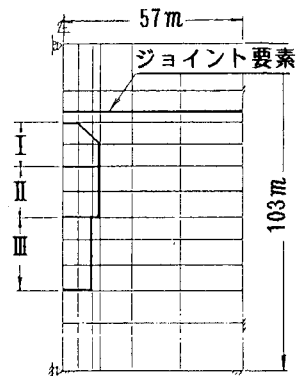


図-3 解析モデル

で表わせる。また、移動座標系における各増分の基準座標 ($\bar{C}$) での応力は、Jaumann 微分を用いて表わされる。

$$[\dot{\sigma}_{ij}] = [\Delta\sigma_{ij}] + [\sigma_{ik}][\Delta \cdot W_{kj}] + [\sigma_{jk}][\Delta W_{ki}] \quad (7)$$

ここに、 $[\Delta W_{kj}]$: 各増分間のスピントレンソルである。
以上の仮定にもとづき、座標系 $\bar{C}$ での総応力 $[\sigma_{ij}]^{t+\Delta t}$ は、(8) 式で表わせる。

$$[\sigma_{ij}]^{t+\Delta t} = [\sigma_{ij}]^t + [\dot{\sigma}_{ij}] \cdot \Delta t \quad (8)$$

ただし、(8) 式の $[\dot{\sigma}_{ij}] \Delta t$ は、静的問題の場合、時間に無関係に、ひずみ増分のみで決まる値である。

3. 解析モデルおよび結果

図-3 に解析に用いたモデルを示す。中規模程度の地下空洞の天端付近に水平の不連続面を想定し、これをジョイント要素でモデル化し、これらの接触圧および塑性領域が掘削によってどのように変化するかを見るために、微小変形理論との比較を行った。地山はDrucker-Prager の降伏条件

$$F = \alpha J_1 + J_2'^{1/2} - k = 0 \quad (9)$$

に従うものとした。また、ジョイントの降伏条件は、(10) 式を用いた。

$$FJ = \sigma_n \tan \phi J + CJ - |\tau| = 0 \quad (10)$$

$$\text{ここに、} \alpha = \frac{\sin \phi}{(9 + 3 \sin^2 \phi)^{1/2}}, \quad k = \frac{3 \cdot C \cdot \cos \phi}{(9 + 3 \sin^2 \phi)^{1/2}} \quad (11)$$

J_1 、 J_2' : 応力の第1、第2不変量、 C 、 CJ 、 ϕ 、 ϕS : 地盤、ジョイントの粘着力および内部摩擦角。ここでは、 $C = 100 t/m^2$ 、 $C = 30^\circ$ 、 $CJ = 0$ 、 $\phi J = 15^\circ$ 、 $E = 330,000 t/m^2$ 、 $\nu = 0.25$ 、ひずみ硬化係数 $H' = 1/20 E$ 、ジョイントのバネは、 $K_n = 1 \times 10^{10} t/m$ 、 $K_s = 1 \times 10^6 t/m$ とし、降伏後のせん断バネは $KS-R = 1.0 t/m$ のバイリニアモデルとした。

図-4 は、最終ステップのジョイントの鉛直およびせん断応力分布であるが、有限変形モデルでは、剛体回転運動の影響で空洞肩部上に応力が集中し、接触圧が非常に大きくなっている。図-5 は、中段および下段掘削時のせん断応力分布を示すが、ジョイントの接触圧の影響が地盤内にも及んでおり、肩部で大きくなっている。図-5 は、上段、中段、下段掘削時の塑性領域を示したものであるが、微小変形モデルでは、ジョイントが全体に滑っており、塑性領域は、ジョイントの下側になっているが、有限変形モデルでは、天端で、ジョイントの上部にも塑性領域が発生し、応力集中の影響がみられる。

4. むすび

今回、地盤内にジョイントなどの不連続面が存在する空洞の掘削問題について剛体回転運動が結果に及ぼす影響について調べたが、弾塑性体で、しかも接触面がある様なモデルでは、微小変形理論によるものと異なる結果が得られた。今後は更に種々の検討を進めて行く予定である。

参考文献

- 1) E. H. Lee, Elastic - Plastic Deformation at Finite Strains, JI. Appl. Mech., 36, 1-6, 1969
- 2) R. M. McMeeking and J. R. Rice, Finite - Element Formulations for Problems of Large Elastic - Plastic Deformations, Int. J. Solids Struc., 11, 601~ 616, 1975
- 3) E. H. LEE, R. M. McMeeking, Concerning Elastic and Plastic Components of Deformation, Stanford Univ., SUDAM #78-5, Metal Forming Report #6, Sep. 1979

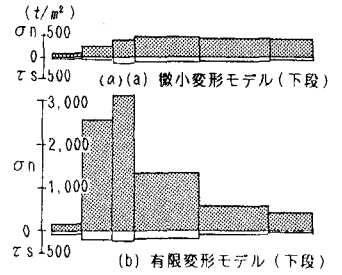


図-4 ジョイントの応力

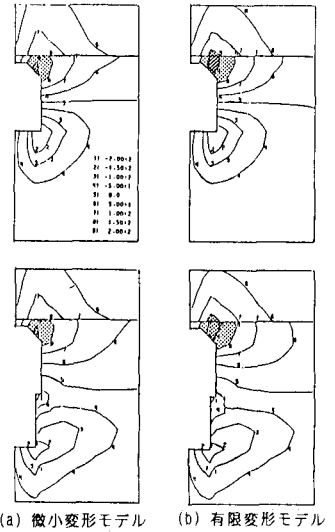


図-5 せん断応力

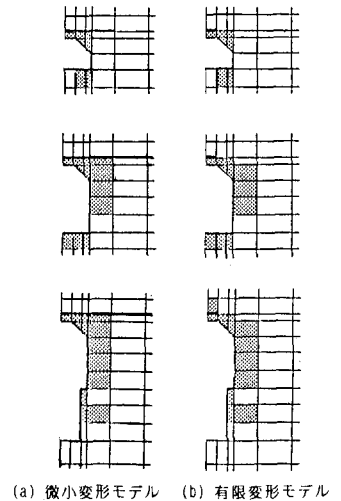


図-6 塑性領域