

III-244

軟弱粘土の自重圧密の数値解析における差分分解の安定条件

(株)大林組技術研究所 正会員 高橋真一
同 上 正会員 西林清茂
同 上 正会員 細谷芳巳

1, はじめに

しゅんせつ粘土で埋立てた地盤のように、含水比が非常に高く、自重により圧密が進行する軟弱粘土の圧密沈下解析は、その1つの方法として三笠の圧密方程式¹⁾を用いて差分によって数値解析できるが、その際、適切な差分間隔の大きさを選ばないと解が発散して得られなかったり、解が得られても多くの計算時間を要してしまうことになる。自重の影響、 C_v の変化を考慮しない場合の差分分解の安定条件については高田²⁾により示されているが、自重圧密の影響が大きい軟弱粘土については、その安定条件を満足しただけでは解は安定せず、差分間隔は経験により決定しているのが現状である。本報告では、このうち C_v 値を一定のもとで、自重の影響を考慮した圧密の数値解析における差分の安定条件について検討を行ったもので、その結果について報告する。

2, 圧密方程式と自重の影響

式(1)は、 C_v 一定の三笠の圧密方程式である。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = C_v \nabla^2 \left\{ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} - \frac{d}{dz} \left(m_v r' \right) \frac{\partial \zeta}{\partial z_0} \right\} \quad \dots\dots \text{式(1)}$$

自重の影響は、式(1)の右辺第2項で表されるように、 $\partial \zeta / \partial z_0$ の符号によりその効果は異なる。例として図-1に上載荷重の有無による自重圧密の圧密過程の計算結果を示した。上載荷重が無い場合(自重のみの場合)は、 $\partial \zeta / \partial z_0 > 0$ となる。通常 $\frac{d}{dz} (m_v r')$ は負となることから、この場合右辺第2項により圧密は速くなる。一方、上載荷重がある場合には、その表面付近で $\partial \zeta / \partial z_0 < 0$ となり、右辺第2項により圧密は遅くなる。以下ではこの $\partial \zeta / \partial z_0$ の正負に分け、差分分解の安定条件を検討する。なお、以下の検討では、式(1)の差分式として、式(2)を用いた。

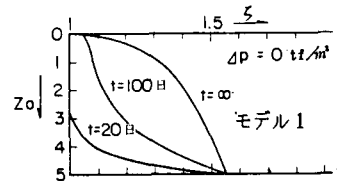
$$\Delta \zeta = \frac{C_v \Delta t \zeta^2}{4 Z_0^2} \left\{ (\zeta_{i+1} - 2\zeta_i + \zeta_{i-1}) - \frac{\Delta Z_0}{2} \frac{d}{dz} (m_v r') (\zeta_{i+1} - \zeta_{i-1}) \right\} \quad \dots\dots \text{式(2)}$$

3, 差分式の安定条件の検討

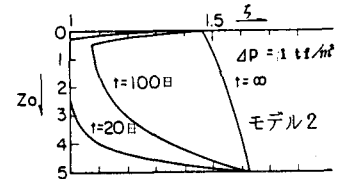
(1) $\partial \zeta / \partial z_0 > 0$ (自重のみ) の場合: 計算例として図-2に図-1で示したモデル1の計算結果を、表-1に計算条件を示す。Case 1ではまず1回目の計算で ζ_i が下端の境界値より大きくなり、その後、繰返し計算ごとにその値は増幅されオーバーフローに至った。一方、Case 2は一回目の計算で ζ_i が下端の境界値より小さく安定した解が得られた。この結果より、1回目の時間差分間隔 Δt 後の計算結果で差分分解の安定性が判定できるものと考えて、1回目の時間差分間隔 Δt 後の差分式を展開すると次式が得られる。

$$\Delta \zeta = \frac{C_v \Delta t \zeta^2}{4 Z_0^2} (\zeta - 1) \left\{ 1 - \frac{\Delta Z_0}{2} \frac{d}{dz} (m_v r') \right\} \quad \dots\dots \text{式(3)}$$

式(3)で ζ_i が下端の境界値を上まわらない条件を与えると、安定定数 α' は次式で示される。



(1) 自重のみの場合



(2) 上載荷重がある場合

地盤条件	
$f = 3.4 - 0.8 \log p$	$f_0 = 5.0$
$C_v = 0.003 \text{ m}^2/\text{day}$	$H_0 = 5.0 \text{ m}$

図-1 自重圧密過程

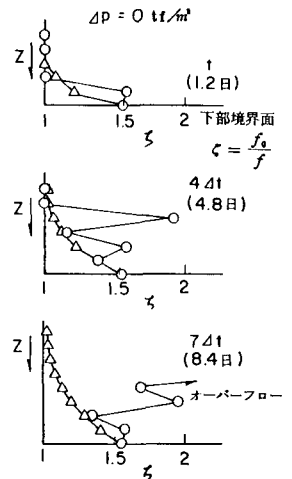


図-2 下部境界付近の発散

表-1 計算条件

	ΔZ_0	Δt	凡例
Case 1	0.125m	1.2日	○
Case 2	0.125m	0.6日	△

$$\alpha' \equiv \frac{C_v \Delta t \zeta^2}{\Delta Z_0^2} < 1 / \left(1 - \frac{\Delta Z_0}{2} \frac{d}{d\zeta} (m v r') \right) \quad \dots\dots \text{式(4)}$$

ところで、式（1）で自重を考慮しない場合の安定条件はすでに次式で示されており²⁾ 式（4）が自重項を考慮したものとになっていることがわかる。

$$\alpha \equiv \frac{C_v \Delta t \zeta^2}{\Delta Z_0^2} < \frac{1}{2} \quad \dots\dots \text{式(5)}$$

ここでは示さないが、式（4）を満足する場合、著者らが経験した限り、図-2に示した発散は起こらず、安定解が得られることを確認している。

図-3は、 $d(m v r')/d\zeta$ と ΔZ_0 の関係で安定定数 α' を示したものである。 $-d(m v r')/d\zeta$ が大きいほど、すなわち同じ粘土であれば、含水比が高いほど自重を考慮しない場合に比べ、より小さい安定定数が必要であることを示している。

(2) $\partial \zeta / \partial Z_0 < 0$ （上載荷重あり）の場合：計算例として図-4にモデル2の計算結果を、表-2に計算条件を示す。Case 3 ではまず1回目の計算で $\zeta_i < 1$ を示し、その後、繰返し計算ごとに増幅されオーバーフローに至ったことが示されている。一方、Case 4 では一回目の計算で $\zeta_i > 1$ となり安定した解が得られた。そこで自重のみの場合と同様、1回目の時間差分間隔 Δt 後の計算に着目し、差分式（2）を展開すると次式が得られる。

$$\Delta \zeta = \frac{C_v \Delta t \zeta^2}{\Delta Z_0^2} (\zeta - 1) \left(1 + \frac{\Delta Z_0}{2} \frac{d}{d\zeta} (m v r') \right) \quad \dots\dots \text{式(6)}$$

式（6）で $\Delta \zeta > 0$ の条件を代入すると次式が得られる。

$$\Delta Z_0 < - \frac{2}{\frac{d}{d\zeta} (m v r')} \quad \dots\dots \text{式(7)}$$

条件式（7）により、粘土の初期状態だけで一義的に差分解の安定のために必要な最大空間差分間隔（ ΔZ_0 ）が時間差分間隔に関係なく決定され、それよりも大きな空間差分間隔では、差分解が得られないことを示している。図-5は式（7）を図に示したものである。

4、まとめ

軟弱粘土の自重圧密計算における差分解の安定条件は、通常示されている条件式（5）だけでなく、式（4）、および、式（7）で示される自重を考慮した安定条件も満足する必要があることがわかった。なお、本報告では、 C_v を一定と仮定して検討を進めたが、 C_v が変化する場合については検討中である。

謝辞 本編をまとめるに当たって御助言頂いた大阪市立大学望月講師に感謝の意を表します。

参考文献 1) 三笠正人：軟弱地盤の圧密、鹿島出版会
2) 高田直俊：軟弱粘土の自重圧密の数値解析、土木学会論文報告集 No.334 1983

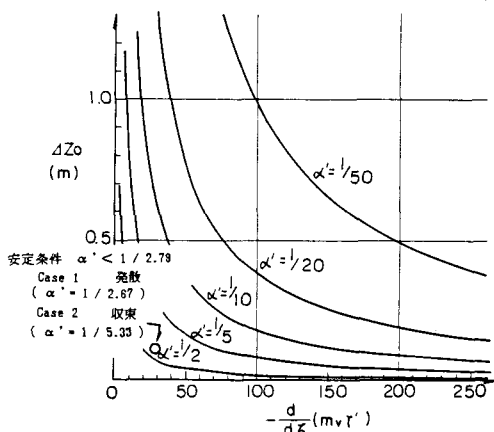


図-3 $\partial \zeta / \partial Z_0 > 0$ の場合の安定条件

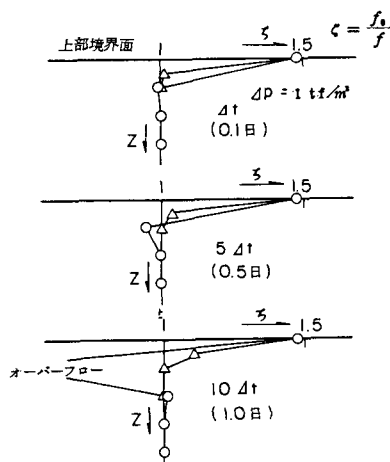


図-4 上部境界付近の発散

表-2 計算条件			
	ΔZ_0	Δt	凡例
Case 3	0.125m	0.1 日	○
Case 4	0.063m	0.05日	△

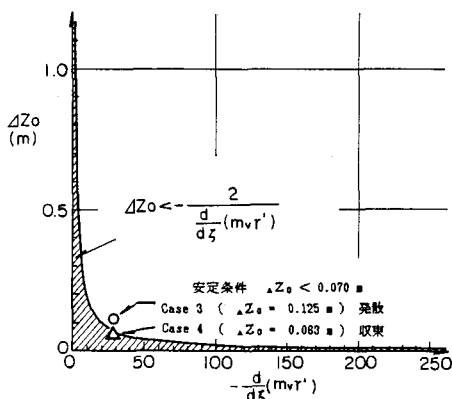


図-5 $\partial \zeta / \partial Z_0 < 0$ の場合の安定条件