土木学会第41回年次学術講演会（昭和61年11月）

III－180　岩質材料に対する変形局所化理論の適用に関する研究

名古屋大学工学部（学）　○伊東　孝
名古屋大学工学部（正）　京谷　孝史
名古屋大学工学部（正）　市川　康明
名古屋大学工学部（正）　川本　朓万

1．はじめに

有限要素弾塑性解析により地盤の支持力および斜面安定解析を行う場合，極限状態における数値計算が不安定になり信頼性のある解を得ることは容易でない。そこで，本研究では，変形が局所的に集中しせん断帯を形成する状態を表現する変形局所化理論を弾塑性解析に取り入れ，極限状態さらには構造的軟化現象までも解析的に表現することを目的とする。なお，有限要素解析における離散化誤差を極力抑える為に有限要素最適化手法を用いて解析を行った。

2．変形局所化理論

変形局所化理論は主にRiceやHillらによって研究されてきているが，ここではPetryk[1]による変形過程の安定性に基ずく局所化理論について述べる。運動学的許容な２つの変形過程を $\underset{\sim}{\chi}$ 及び $\underset{\sim}{\chi}^{\circ}$ とし，$\underset{\sim}{\chi}$ は理論解としての変形過程，$\underset{\sim}{\chi}^{\circ}$ は理論に取り込まれることのないさまざまな要因を含んだ変形過程とする。これらの変形過程を生じさせるのに必要なエネルギーは時間［t_1, t］において次式で表される。

$$E(\underset{\sim}{\chi}, t) = \int_{t1}^{t}\int_{V} \underset{\sim}{\sigma}\cdot\dot{\underset{\sim}{\epsilon}}\ dV\ dt - \int_{St} \underset{\sim}{T}\cdot\underset{\sim}{u}\ dS \qquad (1)$$

ここで，物体の空間領域をＶ，力が規定される境界をＳｔとし，更に $\dot{\underset{\sim}{\epsilon}}$ はひずみ増分を表すものとする

いま，このエネルギーＥを用いて，理論解としての変形過程 χ の安定性を定義するのに必要な２つの測度を次の様に規定する。

$$\rho(\underset{\sim}{\chi}, \underset{\sim}{\chi}^{\circ}, \tau) = \sup_{\tau\in[t1,t]}\{E(\underset{\sim}{\chi}, \tau) - E^{\circ}(\underset{\sim}{\chi}^{\circ}, \tau)\} \qquad (2)$$

$$d(\underset{\sim}{\chi}, \underset{\sim}{\chi}^{\circ}, \tau) = \int_{V} (\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{x}^{\circ})\cdot(\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{x}^{\circ})\ dV \qquad \underset{\sim}{x}:\ \text{物体の現在形態} \qquad (3)$$

ここで，変形過程 $\underset{\sim}{\chi}^{\circ}$ に関する量には（$\circ$）を付すこととした。この ρ および d を用いて変形過程 $\underset{\sim}{\chi}^{\circ}$ の安定性は次のように定義される。

今，ある $\varepsilon > 0$ を選んだ時に，任意の変形過程 $\underset{\sim}{\chi}$ および $\tau \in [t_1, t]$ に対して，条件

$$\rho(\underset{\sim}{\chi}, \underset{\sim}{\chi}^{\circ}, \tau) < \delta \quad \text{ならば} \quad d(\underset{\sim}{\chi}, \underset{\sim}{\chi}^{\circ}, \tau) < \varepsilon$$

を満足する $\delta > 0$ が存在するならば，変形過程 $\underset{\sim}{\chi}^{\circ}$ は時間［t_1, t］おいて安定である。

この変形過程の安定性の定義を用いることにより，変形が集中し，せん断帯が形成される局所化条件を導くことができる。弾塑性構成則を次式で仮定する。

$$\dot{\underset{\sim}{\sigma}} = \underset{\sim}{D}^{ep}\dot{\underset{\sim}{\epsilon}} \qquad D^{ep}_{ijkl} = D^{ep}_{klij} = D^{ep}_{jikl} = D^{ep}_{ijlk} \qquad (4)$$

領域Ｖ内に不連続な加速場を仮定し，その不連続面を S_D 面とする。S_D 面ではひずみ増分も不連続になっており，この S_D 面で囲まれた領域がせん断帯であると考える。このせん断帯を有する物体の変形過程の安定性を考慮し，その安定性の必要条件を定義に基ずいて導くと次式のようになる。

$$\underset{\sim}{b}\cdot(\underset{\sim}{\nu}^{T}\underset{\sim}{D}^{ep}\underset{\sim}{\nu})\underset{\sim}{b} \geqq 0 \qquad (5)$$

ここで，ｂは任意のベクトル，ν は不連続面 S_D の単位法線ベクトルである。式(5) の必要条件はマトリックス（$\underset{\sim}{\nu}^{T}\underset{\sim}{D}^{ep}\underset{\sim}{\nu}$）の準正定値性の条件となり，局所化条件は変形過程の安定性が保持されなくなる状態

を示すものであることより，次式のような局所化条件が求まる。

$$\det(\underset{\sim}{\nu}^{T}\underset{\sim}{D}^{ep}\underset{\sim}{\nu}) = 0 \qquad (6)$$

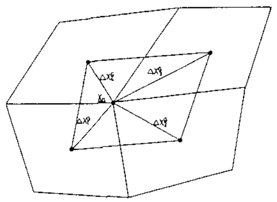

Fig-1 Moving range of a node N

3．有限要素最適化手法

本研究で適用した最適化手法は，ｒ－法(Node Relocation Method)と呼ばれる手法であり，有限要素間の相対的な離散化誤差を最小にするものである。離散化誤差はそれを上界から抑える誤差測度を用いて全要素に対して計算される。各節点はそれを囲む要素の誤差測度を重みとして，１度の最適化においてFig-1 に示される各要素重心で囲まれた範囲の中を移動することが可能である。この操作が要素間の相対的誤差が最小になるように繰り返し行われる(Fig-2) 。

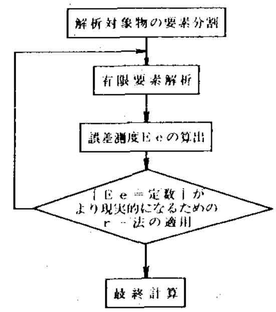

Fig-2 Adaptive mesh procesure in finite element method

4．解析結果

Drucker-Prager型降伏関数を有する大谷石に非適合型流れ則を適用し，この際ダイレイタンシー関数を用いて体積塑性変形を表現した弾塑性構成則を用いて支持力問題の解析を行った。解析対称の基本要素分割図と有限要素最適化手法を適用した分割図をFig-3 に示す。以後の解析結果は最適化を行った後の分割図によるものである。基礎底面の反力と沈下量の関係をFig-4 に実線で示す。弾塑性計算過程に局所化条件式(6) を適用することにより，局所破壊の発生およびその破壊面の法線ベクトルが求められる。そこで，破壊面が発生した点での強度の減少を降伏曲面を縮少させることにより表現して解析を行った結果をFig-4 の破線に示す。Fig-5 には，この２つの解析により得られた塑性域および局所破壊面を沈下量レベル(a)-(d) 毎に示してある。Fig-5 において見られるように，破壊点における強度の低下を等方的に表現したため，周辺の破壊が誘発されてはいるが，その破壊面の進展は表現できてはいない。そのためには，得られた破壊面の方向に対する異方的な強度低下を解析的に表現する必要があるものと思われる。

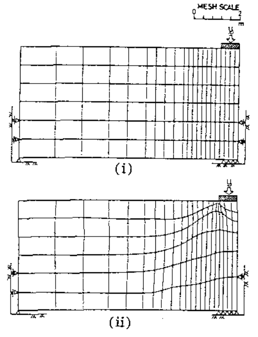

Fig-3 Finite element mesh of model A
(i) by conventional
(ii) by r-method

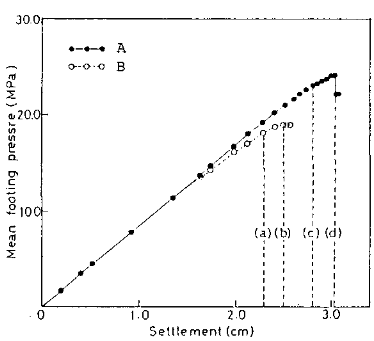

Fig-4 Mean footing pressure-Settlement curve

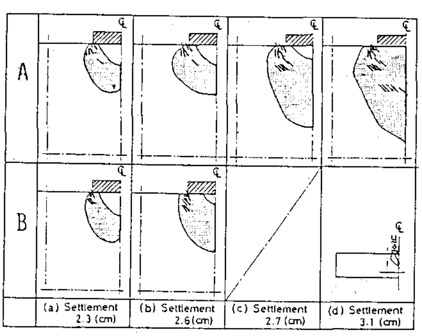

Fig-5 Plastic region and shear band

5．おわりに

局所化条件式として(6) 式が得られるが，この条件と破壊面の発生の間の物理的な意味を今後明らかにしていく必要があり，更に，得られた破壊面での異方的な強度低下を表現するため，実験的に岩石の特性を調べ解析に導入する方法を検討してゆく必要がある。

参考文献

1) Petryk,H.:On the onset of Instability in Elastic-Plastic Solid,Plasticity Today (Eds.,Sawczuk,A. and Bianchi,G.) Elrevier Applied Science Publishing (1985),pp.24,

2) Kikuchi,N.:OPTMESH ﾕｰｻﾞｰﾏﾆｭｱﾙ,㈱ Quint