

III-130

主応力方向の回転によって発生する
異方性粒状体のひずみの解析岐阜県庁(元名工大)
名古屋工業大学正 員 ○岩田 靖
正 員 松岡 元、 学生員 鈴木 康之

従来の塑性論は、応力の変量(主応力値から規定される応力パラメーター)によって定式化されているものが多いので、例えば主応力値を固定して主応力方向のみを回転させる「主応力方向回転試験」によって発生するひずみを説明することができない。そこで、一般ひずみ増分($d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\gamma_{xy}$)を一般応力増分($d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}$)と直接結び付ける土の構成式を新たに提案し、まず等方性試料についての主応力方向回転試験の解析を行なった。ここでは、異方的な堆積構造を有する粒状体の、主応力方向が回転することによって発生するひずみを解析するため、偏平アルミ棒の積層体²⁾($\phi 5\text{mm}$ と 8mm 、長さ 50mm のアルミ丸棒を長短軸長比が1.4程度のだ円にプレスしたもの、混合本数比 $\phi 5\text{mm} : 8\text{mm} = 5 : 1$)を試料とし、2次元一般応力試験機³⁾を用いて主応力方向回転試験を行なった。さらに、異方性を有する豊浦砂の主応力方向回転試験結果⁴⁾の解析も試みた。

1. 偏平アルミ棒積層体の主応力方向回転試験の解析

図-1は、水平堆積させた偏平アルミ棒積層体を試料とする主応力方向回転試験結果を示したものである。縦軸に水平面上の垂直ひずみ ϵ_x 、鉛直面上の垂直ひずみ ϵ_y 、せん断ひずみ γ_{xy} 、体積ひずみ ϵ_v をとり、横軸に主応力方向の回転角 α をとっている。同図中にすべりが顕著とみられるゾーンを2本の破線で示したが、これらは $2\alpha = 180^\circ$ の点をはさんで左右に2つ存在する。これら2つのゾーンは、図-2の $\alpha = 60^\circ$ ($\xi = 60^\circ$)にその1つを示すが、滑動面と堆積面が重なる角度にほぼ対応しており興味深い。

図-3は、堆積面と最大主応力面のなす角度 $\xi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ としたときの、偏平アルミ棒積層体の側圧一定二軸圧縮試験結果(主応力方向固定)を示している。同図には、 45° 面上の応力比 $(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3) \sim$ せん断ひずみ $(\epsilon_1 - \epsilon_3) \sim$ 体積ひずみ $(\epsilon_1 + \epsilon_3)$ 関係の実測値(プロット)と、上述した新たな土の構成式に基づいた計算値を示している。ただし、偏平アルミ棒積層体の圧縮指数 C_c は小さいので、圧密によるひずみは無視している。同図より、 $\tan \phi$ および双曲線型の応力比 $\sim$ せん断ひずみ関係の初期接線勾配の逆数 k_s は、堆積面と最大主応力面のなす角度 ξ によって変化するのが見られる。また、主応力方向回転試験の初期条件として $\alpha = 0^\circ$ のとき $\xi = 0^\circ$ とすれば、 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ では $\xi = \alpha$ 、 $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ では $\xi = 180^\circ - \alpha$ となる。そこで、 $\tan \phi$ 、 k_s と主応力方向回転角 α の関係を図-4(a),(b)に示すような直線関係で近似した¹⁾。

さて、一般面上のせん断ひずみ γ_{xy} は次式で表現される。

$$\gamma_{xy} = k_s \cdot \frac{\sin \phi \cdot \sin \phi_{mo} \cdot \sin 2\alpha}{\sin \phi - \sin \phi_{mo}} \quad (1)$$

上述したように、 ξ は α の関数であり、 ϕ 、 k_s が ξ の関数であることより、 $d\alpha$ によるせん断ひずみ増分として、次式を得る。

$$\begin{aligned} d\gamma_{xy} = & 2k_s \cdot \frac{\sin \phi \cdot \sin \phi_{mo}}{\sin \phi - \sin \phi_{mo}} \cdot \cos 2\alpha \cdot d\alpha \\ & + \frac{\partial k_s}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \alpha} \cdot \frac{\sin \phi \cdot \sin \phi_{mo}}{\sin \phi - \sin \phi_{mo}} \cdot \sin 2\alpha \cdot d\alpha \\ & - k_s \cdot \frac{\cos \phi \cdot \sin^2 \phi_{mo}}{(\sin \phi - \sin \phi_{mo})^2} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \alpha} \cdot \sin 2\alpha \cdot d\alpha \quad (2) \end{aligned}$$

前報³⁾に示したように、主応力方向回転時には、主応力方向と主ひずみ増分方向は δ ($\approx 30^\circ$)だけずれている。ところが、式(2)の第2,3項は主応力方向と主ひずみ増分方向が一致した形であり、第1項は 90° ずれた形となっている。そこで、第1項については 2α を $2(\alpha + \delta) - 90^\circ$ に、第2,3項については 2α を $2(\alpha + \delta)$

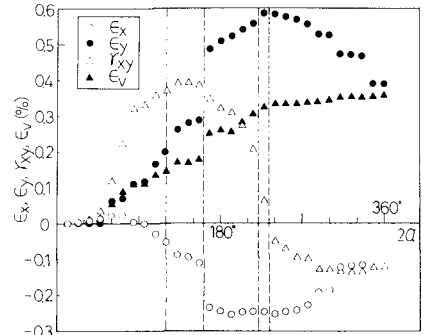


図-1 偏平アルミ棒積層体の主応力方向回転試験における $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}, \epsilon_v \sim 2\alpha$ 関係 ($\sigma_1 = 0.52 \text{ kgf/cm}^2, \sigma_3 = 0.28 \text{ kgf/cm}^2$)

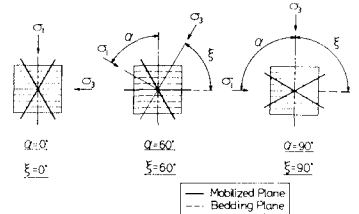


図-2 主応力方向の回転角 α 、堆積面と最大主応力面のなす角度 ξ と滑動面の関係

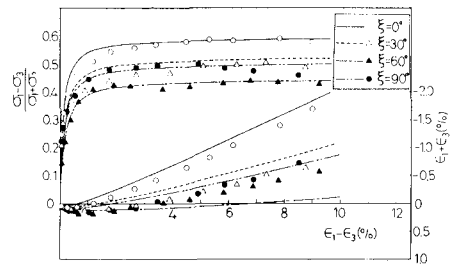


図-3 $\xi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の 45° 面上の応力比 $\sim$ せん断ひずみ $\sim$ 体積ひずみ関係

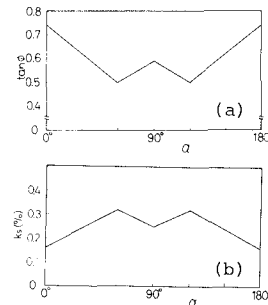


図-4 偏平アルミ棒積層体の
(a) $\tan \phi \sim \alpha$ 関係と
(b) $k_s \sim \alpha$ 関係

にそれぞれ置き換えると、次式を得る。

$$d\gamma_{xy} = \left\{ 2k_s \cdot \frac{\sin\phi \cdot \sin\phi_{mo}}{\sin\phi - \sin\phi_{mo}} + \frac{\partial k_s}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \alpha} \cdot \frac{\sin\phi \cdot \sin\phi_{mo}}{\sin\phi - \sin\phi_{mo}} \right. \\ \left. - k_s \cdot \frac{\cos\phi \cdot \sin^2\phi_{mo}}{(\sin\phi - \sin\phi_{mo})^2} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \alpha} \right\} \cdot \sin 2(\alpha + \delta) \cdot d\alpha \quad (3)$$

ここで、 $(\partial k_s / \partial \xi) \cdot (\partial \xi / \partial \alpha)$ は、図-4(b)の $k_s \sim \alpha$ 関係の勾配、 $(1/\cos^2\phi) \cdot (\partial \phi / \partial \xi) \cdot (\partial \xi / \partial \alpha)$ は、図-4(a)の $\tan\phi \sim \alpha$ 関係の勾配にそれぞれ相当する。

次に、 $d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\epsilon_v$ は、Roveのストレス・ダイレイタンス関係を一般座標に変換した次式によって求められる¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \end{aligned} \right\} = \frac{(K-R)/(K+R) \pm \cos 2(\alpha + \delta)}{2 \cdot \sin 2(\alpha + \delta)} \cdot d\gamma_{xy} \quad (4)$$

$$d\epsilon_v = \frac{(K-R)/(K+R)}{\sin 2(\alpha + \delta)} \cdot d\gamma_{xy} \quad (5)$$

以上より、偏平アルミ棒積層体の主応力方向回転試験時に発生するひずみは、図-5のように解析される。図-6は、図-1に示した実測値から、大きな不連続なすべりを補正した $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}, \epsilon_v \sim \alpha$ 関係を示している。補正は、偏平アルミ棒が明らかにすべったと考えられる箇所(各ひずみ成分の不連続な変化量が0.025%以上の箇所)を、0.025%の変化量に戻してやることによって近似的に行なった。図-5, 6を比較すると、解析値は実測値の傾向をよく表現していると考えられる。特に、文献1)の等方性アルミ棒積層体の主応力方向回転試験と比較すれば、 $2\alpha = 360^\circ$ となったときに、 γ_{xy} が0とはならず、 ϵ_x と ϵ_y が大きく異なるという特徴が現れる。なお、解析に用いたパラメータは、 $\tan\phi, k_s$ については図-4より定め、 K については同じ偏平アルミ棒積層体の主応力比 $\sim$ 主ひずみ増分比関係の勾配より2.4と定め、 $\delta = 30^\circ$ とした。

2. 異方性を有する豊浦砂の主応力方向回転試験の解析

三浦らは、多重ふるい落下法によって作製した堆積異方性を有する豊浦砂を試料として中空ねじりせん断試験機を用い、主応力方向を種々の角度で固定したせん断試験および主応力方向を回転させた試験(共に平均有効主応力 $\sigma_m = 1.0 \text{ kgf/cm}^2$, $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3) = 0.5$)を行なった。そして、主応力方向を種々の角度で固定したせん断試験結果より、前節と同様にして $\tan\phi, k_s \sim \alpha$ 関係を決定し、主応力方向回転試験結果の解析を試みた。図-7(a), (b)は、そのようにして定めた $\tan\phi \sim \alpha$ 関係および $k_s \sim \alpha$ 関係を示す。また図-8は上記の方法による主応力方向回転試験の解析値と三浦らによる実測値(プロット⁴⁾)の比較を示している。同図より、解析結果は実測値の傾向をほぼ説明しているのがみられる。なお、解析に用いたパラメータは、 $\tan\phi, k_s$ については図-7より定め、通常の豊浦砂の係数の $K = 2.62$ 、および $\delta = 30^\circ$ を採用した。

なお、中空ねじりせん断試験は、単純せん断的な変形を与えられ、厳密には平面ひずみ条件を満足していない。ここでは、便宜上2次元として解析しており、図-8の解析値と実測値の比較は近似的なものと言わなければならない。

謝辞

貴重なデータを引用させて頂いた北海道大学土岐研究室三浦均也氏、有益な助言を頂いた本学中井照夫助教授に謝意を表します。

参考文献

- 1) H. Matsuo, Y. Iwata, K. Sakakibara (1986): Proc. of 2nd. Int. Conf. on Numerical Models in Geomechanics, Ghent, Belgium
- 2) 竹田・多田・森(1983): 第18回土質工学研究発表講演集, 121, pp. 285-288.
- 3) 松岡・竹田・岩田・榊原(1985): 第20回土質工学研究発表講演集, 115, pp. 277-278.
- 4) 三浦・三浦・土岐(1985): 第20回土質工学研究発表講演集, 117, pp. 283-286.
- 5) 松岡・平尾・福武(1984): 土と基礎, Vol. 32, No. 11, pp. 31-36.
- 6) 松岡・奥野・鷲野(1986): 昭和60年度土木学会中部支部講演概要集, III-22, pp. 222-223.

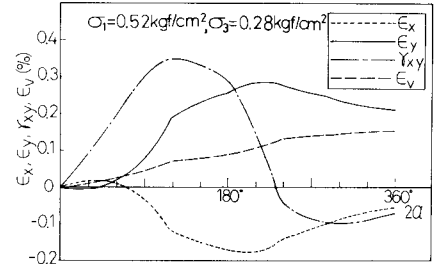


図-5 偏平アルミ棒積層体の主応力方向回転試験におけるひずみの解析値

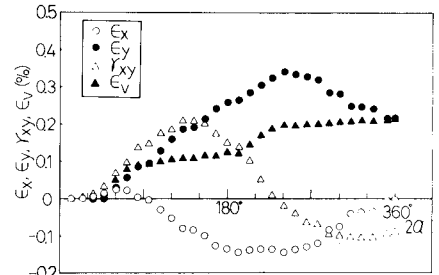


図-6 偏平アルミ棒積層体の主応力方向回転試験において大きな不連続なすべりを補正したひずみの値

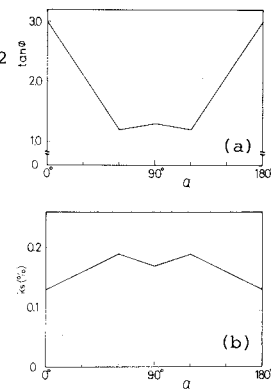


図-7 豊浦砂の
(a) $\tan\phi \sim \alpha$ 関係と
(b) $k_s \sim \alpha$ 関係

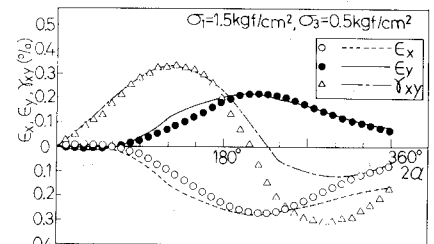


図-8 豊浦砂の主応力方向回転試験におけるひずみの解析値と実測値⁴⁾