

III-125 広範な応力域における砂の弾塑性構成モデル～新たな降伏関数の導入～

山口大学工学部 正 員 村田 秀一
山口大学工学部 正 員 ○安福 規之
第一工業大学 正 員 岡藤 博国

1. まえがき 筆者らは、Roscoeらの示した弾塑性理論に基づいて¹⁾、粒子破砕領域（高圧域）における粒状土の応力ひずみ挙動の予測を試みてきた²⁾。本研究では、塑性ひずみ増分比の応力径路依存性や砂の軟化挙動が表現でき、かつ広範な応力域において適用可能な弾塑性構成モデルを提案する。このモデルは、異なる二つの降伏関数および塑性ポテンシャル関数を有し、等方硬化則に基づいて導かれるものである。

2. 応力ひずみ増分式 全ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}$ は、弾性ひずみ増分 $d\epsilon^e_{ij}$ と二つの塑性ひずみ増分 $d\epsilon^p_{ij}$ に分けられる。

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon^e_{ij} + d\epsilon^p_{ij} \quad (1)$$

$$d\epsilon^p_{ij} = d\epsilon^p_{m,ij} + d\epsilon^p_{a,ij} \quad (2)$$

(2) 式にHillの等方硬化則を適用すると、

$$d\epsilon^p_{ij} = h_m \frac{\partial g_m}{\partial \sigma_{ij}} \cdot d f_m + h_a \frac{\partial g_a}{\partial \sigma_{ij}} \cdot d f_a \quad (3)$$

ここで、(2) および(3) 式の第一項は、実験的に砂の降伏特性を検討した上で提案した主要な降伏関数 f_m に支配され、第二項は、 f_m 上またはその内部で生じる付加的な塑性ひずみを表現するために導入された降伏関数 f_a に支配される。

3. 弾塑性構成モデルを支配する三つの関数の決定

3.1 降伏関数の決定

3.1.1 降伏関数 f_m 図1は、応力比一定型の多段的応力径路試験結果に基づいて決定された降伏曲線の形状を示している³⁾。図2は、その降伏曲線の形状を η^2 と $\ln p$ の関係で整理したものであり、 η^2 と $\ln p$ の間にはユニークな直線関係が見受けられる。このことより、広範な応力域において適用可能な圧密とせん断を融合した降伏関数 f_m として次式を仮定する。

$$f_m = \eta^2 + n \ln p / p_0 \quad (4)$$

ここで、 n は材料定数と考えられ、 $\eta^2 \sim \ln p$ 関係の勾配である。 p_0 は $\eta=0$ のときの等価圧密圧力 p の値である。 $\eta = q/p$

3.1.2 降伏関数 f_a 本研究では f_m 内部においても、せん断過程において無視できない塑性ひずみが生じると言う実験結果をもとに、次のように f_a を仮定する。

$$f_a = \eta - \eta_0 \quad (5)$$

ここに、 η_0 は今の η の値である。この仮定は、応力比 η が増加しないかぎり塑性ひずみが生じないことを表している。

3.2 塑性ポテンシャル関数の決定

3.2.1 塑性ポテンシャル関数 g_m f_a の特性から、 g_m は少なくとも η 一定試験におけるストレイン・ダイラタンシー特性をうまく表現出来なければならない。

図3は、三種類の応力径路試験の結果から得られた η と $d\epsilon^p/d\epsilon^p$ の関係を示したものである。この図より、 η 一定試験における η と $d\epsilon^p/d\epsilon^p$ の関係は、双曲線近似が可能であると考え、次式を仮定する。

$$d\epsilon^p/d\epsilon^p = (M^2 - \eta^2) / c\eta \quad (6)$$

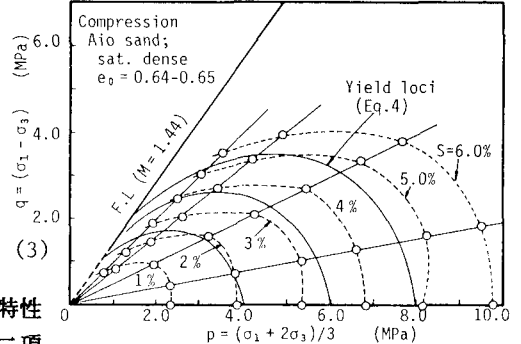


図1 降伏曲線群と等S曲線群

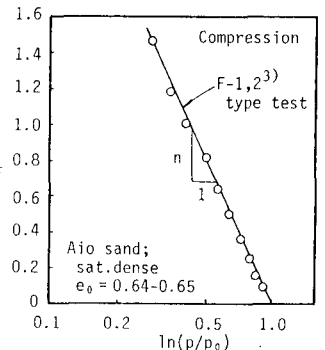


図2 降伏曲線の特性

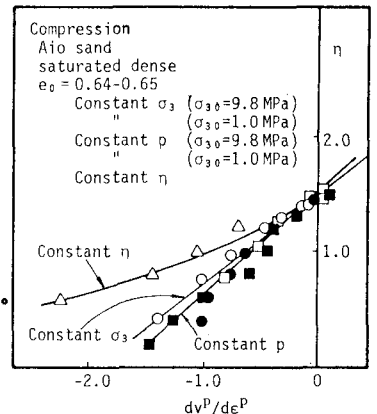


図3 塑性ひずみ増分比と応力比の関係

表1 具体的な硬化関数

$0 \leq \eta < \eta_F$ (hardening)	$\eta_F \geq \eta > M$ (softening)
$h_m = \frac{\alpha v_0 p}{n} \left(\frac{p_c}{p_0} \right)^\alpha \left\{ \frac{(c-1)\eta^2 + M^2}{cM - \eta} \right\}$	$h_m = \frac{\alpha v_0 p}{n} \left(\frac{p_c}{p_0} \right)^\alpha \left\{ \frac{(c-1)\eta^2 + M^2}{M^2 - \eta^2} \right\}$
$h_a = \frac{2\alpha v_0}{n \mu} \left(\frac{p_c}{p_0} \right)^\alpha \left\{ \frac{\eta[M + (1-c\mu)\eta]}{(cM - \eta)\eta + M^2} \right\}$	$h_a = \frac{2\alpha v_0}{n \mu} \left(\frac{p_c}{p_0} \right)^\alpha \left\{ \frac{\eta[M + (1-c\mu)\eta]}{(M^2 - \eta^2)} \right\}$
ここで、$\alpha = 1-m$、l, m は、それぞれ $\ln v - \ln p$ 载荷および除荷曲線の勾配、v_0 は $p=p_0$ の時の v の値であり、ここでは $p_0=1\text{kPa}$ を採用している。また、$p_c = p \cdot \exp(\eta^2/n)$ $\partial S / \partial v_m^p = 1$, $\partial f_m / \partial S = \frac{n}{\alpha v_0} \left(\frac{p_c}{p_0} \right)^\alpha$	

ここに、 c は実験定数、 M は $dv^p/d\varepsilon^p = 0$ の時の η の値である。

(6) 式は、 $\eta=0$ の時 $d\varepsilon^p=0$ および $\eta>M$ の時 $dv^p<0$ (体積膨張) といった特性を表現できるもっとも簡単な関数である。この (6) 式と、直交則により塑性ポテンシャル関数 g_m は次式ようになる。

$$g_m = \ln p + \frac{c}{2(c-1)} \left(\eta^2 + \frac{M}{c-1} \right) \quad (7)$$

3.2.2 塑性ポテンシャル関数 g_a f_m 上またはその内部において生じる付加的な塑性ひずみを表現するために g_a を次のように仮定する。

$$g_a = q \quad (8)$$

上式は、 $f_a>0$ の時、塑性ひずみ成分として、塑性せん断ひずみのみを生じ、塑性体積ひずみは生じないことを表わすものである。これと同様の考え方は、Roscoeらによってもなされている¹⁾。

3.3 硬化関数の決定

3.3.1 硬化関数 h_m 硬化関数 h_m の決定に際し、次のような仮定を用いる。1). 硬化パラメーターとして諸戸らの提案した状態量 S ⁴⁾ (9式) が適用できる。これは、図1に示すように等 S 曲線の形状が、降伏曲線のそれに類似していることによる。2). h_m を具体的に誘導するにあたり、硬化軟化挙動を考慮するにはNovaらの示した "Mixed- hardening flow"⁵⁾ の考え方が有効である。すなわち、硬化過程では(10式)における $\partial S / \partial \varepsilon_m^p$ は M で評価され、軟化が始まるととたんに0となる。3). 圧密過程における砂の体積ひずみ v と p の関係は指数関数で近似が可能である (図4参照)。砂の場合、広範な応力域を対象にした場合、 $v - \ln p$ 線形関係は見られない。1). の仮定と(3), (7) 式から、 h_m は次式となる。したがって、2) の考えと3) の仮定に基づき、

$$S = \int dS = \int (dv^p + \eta d\varepsilon^p) \quad (9) \quad h_m = -1 / \left\{ \frac{\partial f_m}{\partial S} \left(\frac{\partial S}{\partial v_m^p} \frac{\partial g_m}{\partial p} + \frac{\partial S}{\partial \varepsilon_m^p} \frac{\partial g_m}{\partial q} \right) \right\} \quad (10)$$

各偏微分値を求めれば、 h_m は、具体的に決定できる。その結果を表1にまとめて示している。

3.3.2 硬化関数 h_a 図3に示す実験結果より、せん断過程 ($dp=0$ 過程) のストレス-ダイラタンシ-関係を、

$$dv^p/d\varepsilon^p = \mu (M - \eta) \quad (11)$$

と仮定する。ここで、 μ は材料定数。(11) 式で、 $d\varepsilon^p = d\varepsilon_m^p + d\varepsilon_a^p$ であることに注意して上式に(3) 式を代入すると、 h_a が具体的に求まる (表1参照)。

4. 実験による検証 本研究で提案した構成則を使って、実際に広範な応力域で応力ひずみ挙動の予測を行ない、実験結果と比較検討した結果、1) 提案したモデルを用いれば、正規圧密、過圧密および先行せん断された砂の応力ひずみ挙動の応力径路や拘束圧依存性を広範な応力域において評価できる。2) このモデルは、砂だけでなく、レキやまき土のような材料にも有効であることが分った。

謝辞 本研究を行うにあたり、有益な御助言を賜った佐賀大学・三浦哲彦教授に感謝の意を表します。

参考文献 1) K.H. Roscoe & J.B. Burland; Engineering plasticity (1968) 2) N. Miura, H. Murata & N. Yasufuku; S & F, Vol. 1, No. 1 (1984) 3) 村田, 安福, 岡藤; 第21回 土質工学会研究発表会 (1986) 4) N. Moroto & F. Kawakami; Proc. JSCE, No. 229 (1974) 5) R. Nove & D.M. Wood; S & F, Vol. 18, No. 4 (1978)

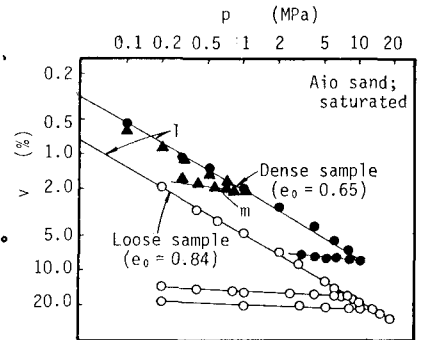


図4 砂の体積変化特性