

III-122 粒状体の新しいシミュレーション解析法とその応用

東北大学工学部 正員 岸野佑次

1. まえがき 粒状体のシミュレーション解析法として Cundallらは離散要素法を提案しているが¹⁾、この方法は応力制御を要する解析などには必ずしも適当な方法ではないと考えられる。著者は新しく静的な変形をうける粒状体の逐次解析法を考案したので、この方法の概要並びにその応用例について述べる。

2. 解析方法の概要 図-1より、接触力 P と物体 B の合力 F とモーメント M は

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ M/r \end{pmatrix} = \sum_c \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -P_n \\ -P_t \end{pmatrix}_c + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

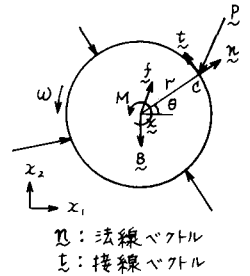


図-1 粒子に作用する力

で与えられる（各量の符号等については図を参照のこと）。もし、 P, B が釣り合い状態にあるならば $F = 0$ であるが、解析の途中にあるとは一般に 0 とはならない。本方法においては、これを粒子一個ずつを移動させる逐次計算により解消させる。今、図-1の粒子のみを移動させることとし、重心の微小変位を Δx 、微小回転を $\Delta \omega$ とすれば、接点 C の微小変位 Δu は $\Delta u_n = \Delta x \cdot n$ 、 $\Delta u_t = \Delta x \cdot t + r \Delta \omega$ (2) により与えられる。点 C において接する隣りの粒子の半径を r' 、重心位置ベクトルを x' とおく。粒子の弾性的変形を粒子間の法線方向と接線方向のバネ（バネ定数： k_n, k_t ）により代表させることとし、粒子間の滑りには Coulomb の摩擦則（粒子間摩擦角： ϕ ）を仮定すれば、 Δu に伴う P の変化は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} |x' - x| \geq r + r' \quad \text{のとき} \quad & \Delta P_n = 0, \quad \Delta P_t = 0 \\ |x' - x| < r + r' \quad \text{のとき} \quad & \Delta P_n = k_n \Delta u_n, \quad \Delta P_t = k_t \Delta u_t \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

但し、粒子移動の後 $|P_t + \Delta P_t| \geq P_n \tan \phi$ となる場合 $P_t = P_n \tan \phi$ 。接触力の变化の合力は次式となる。

$$F_2 = -K \Delta d, \quad \text{ここに} \quad K = \sum_c \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 1 \end{pmatrix}_c, \quad \Delta d = \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ r \Delta \omega \end{pmatrix} \quad (4)$$

従って、 $F_1 + F_2 = 0$ により不釣り合い力が解消されるので、 $|K| \neq 0$ の場合、 $\Delta d = K^{-1} F_2$ (5) により与えられる。^{*} $|K| = 0$ の場合の中、 $K_{11} K_{22} - K_{12} K_{21} \neq 0$ なら、 $r \Delta \omega = \alpha M/r$ (α は定数) として Δx を求める。その他の場合も接点数に応じた処理を行う（例えば、接点数0なら $\Delta d = \alpha F_2$ ）。このように、 F_2 の絶対値が所定の値以下になるまで粒子を一個ずつ移動させる過程を繰り返して解を求める。次に、境界条件の与え方について述べる。変位が直接与えられるもののうち変位の絶対値が大きい場合には、逐次計算の安定性のために、微小変位を段階的に与える必要がある。また、応力を制御する場合には、境界に接する粒子と α 間のバネ剛性の和に従って境界を移動させれば良い。非排水条件についても、水の圧縮率に基づく間隙水圧を求め、有効応力部分について上述の逐次解析を行うことにより考慮することができる。

3. 変形の統計的解析 ここでは、境界自身は一様歪に適合した変位を生じるものとする（解析例においては矩形領域の各辺には平行移動のみを許し、壁面摩擦は無視している）。計算結果をもとに、 P が0でない接点について n の方向の頻度分布を求めることは容易に行うことができる。ファブリックテンソル $\underline{\underline{g}} = \overline{nn}$ の主値について、 $\varphi_1 - 0.5 = 0.5 - \varphi_2 = (\varphi_1 - \varphi_2)/2$ という関係があるので、ここでは $(\varphi_1 - \varphi_2)/2$ を異方向度と称する。また、変形の各ステップにおいて、各粒子の重心位置の実際の移動 Δx と境界の移動により定まる一様歪に従うと仮定した時の移動 $\Delta \bar{x}$ に対し、 $s = \sqrt{(\Delta x - \Delta \bar{x})^2}$ を変形標準偏差と称する。これらの量は実験においては求めることは容易ではないが、シミュレーション解析においては、自動的に計算を行い得る。

* 本法においては(5)式に従って Δd が求まるが、このことは $\underline{\underline{g}} = \overline{nn}$ に Δx を決定する離散要素法と根本的に異なる。また粘性係数は必要としない。

4. 解析例 図-2のa.を初期状態として、平均応力 σ_m 一定の下に剪断歪 $\gamma = \epsilon_1 - \epsilon_2$ を制御することにより $\gamma = 10\%$ まで載荷した（スラップ数：200）。用いた定数は、諸量の関係を示すグラフ（図-4）の中に与えてある。図-2に初期状態（a.）とピーク時（c.）における接触力の分布を示す。c.において最大主応力方向の接触力が卓越していることが観察される。これに応じて、図-3の接触角も最大主応力方向が卓越している。図-4より分かるように、異方度と応力比とは単純な対応にはなっていない。剪断の増加に伴う異方度の連続的単調減少が断続的に観察されるが、これは接触粒子が変化することなしに主応力方向粒子間隔が変化することによる。b.とc.とは、ほぼ同一の異方度をもつが、図-3に示されるように、ピーク時の方が特定の方向への集中度が高い。変形標準偏差は不安定な変形を生じるステップにおいて大きな値となることが注目される。

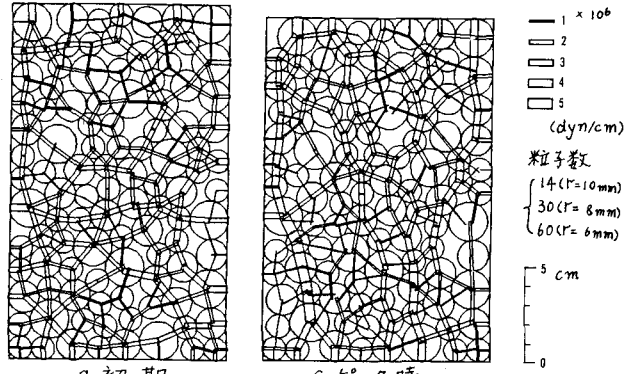


図-2 粒子の配置と接触力の分布

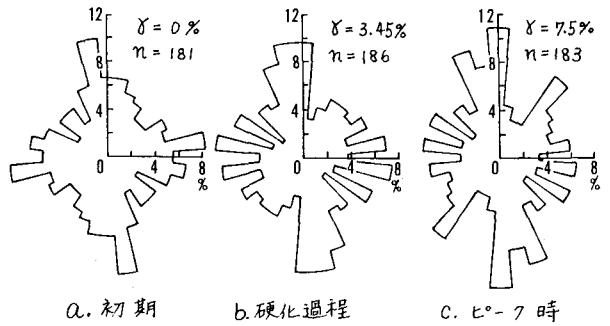


図-3 接触角分布（n：接触点数）

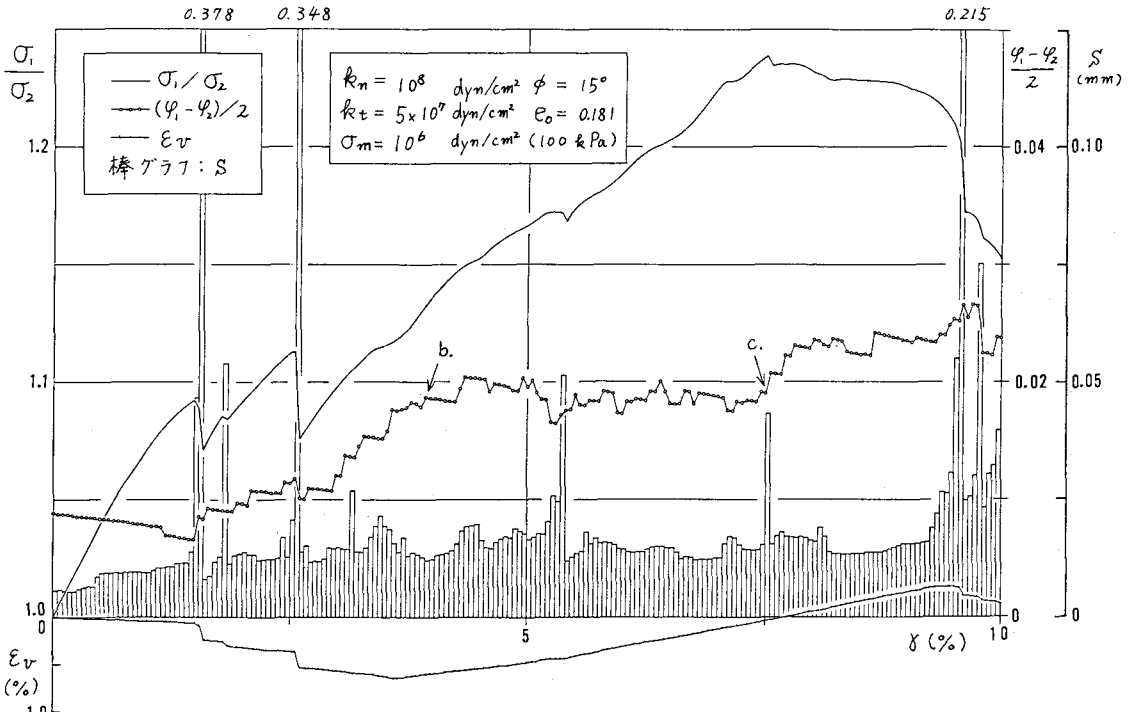


図-4 剪断歪 γ 、主応力比 σ_1/σ_2 、体積歪 ϵ_v 、異方度 $(\phi_1 - \phi_2)/2$ 、変形標準偏差 S の関係

参考文献 1) P.A.Cundall & O.D.L.Strack: A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* 29, 1 (1979) 47-65