II-450　沈殿濃縮における力学理論とフラックス理論の比較

中央大学理工学部　正員　松尾 吉高

1. はじめに

沈殿濃縮は水処理の基本操作であるが、その機構の理解は十分でない。一連の研究者により形成されたフラックス理論は、合理的な側面もあるが、所要水深や槽内保持汚泥量などの沈殿濃縮施設の設計・管理に必要な情報を与えない。この点で注目されるのは汚泥の圧縮応力を考慮に入れた力学理論[1]である。小論では、力学理論をフラックス理論との関連で考察し、それより得られる帰結を提示する。

2. 理論の考察

1) **基礎概念**　(i) フラックスの定義　$G=cv$　ここに G；フラックス，c；粒子濃度 $[ML^{-3}]$，v；粒子移動速度。

ii) 連続の式：　$\dfrac{\partial c}{\partial t}+\dfrac{\partial G}{\partial x}=0$　ただし，x；給泥水位より距離とし，沈殿面積 A は一定とする。連続の式より，供給フラックス G_0 で定常運転されている沈殿池では，x にかかわらず $G=$ 一定 $=G_0$ となる。

2) **フラックス理論**　初濃度を c とした回分沈降の等速界面沈降速度を $\hat{v}$ とする。$\hat{v}$ は濃度 c での粒子沈降速度である。連続沈殿の濃度 c 面での処理可能フラックスは自己沈降によるフラックスと汚泥全体の移動による移送フラックスの和に等しく，供給フラックスがこれより小さければよい。すなわち，$G_c=c\hat{v}+cU\geq G_0$，ここに U：汚泥全体の移動速度である。濃度 c 面での粒子移動速度を v とすると，この理論は $\hat{v}\geq v-U$ の関係を主張しているが，その根拠は明白でない。

3) **力学理論**　釣合状態のもとでは，粒子に作用する体積力と表面力は平衡している。体積力は有効重力（重力－浮力）であり，表面力は粒子間圧縮応力と液による粘性抵抗である。粘性抵抗は，低 Re 数域では，粒子と液の相対速度 $v-u$ に比例する。そこで，単位液量のもつ単位速度差あたりの抵抗力を μ/k とする。ここで μ：粘性係数，k は $[L^2]$ 次元の係数で c の関数である。汚泥の空隙率を ε とおき，濃度 c の汚泥層の単位体積について運動方程式を求めると，次式が得られる。

$$\alpha c=\frac{\partial\sigma}{\partial x}+\frac{\mu}{k}\varepsilon(v-u)\ \cdots\cdots①\qquad \text{ただし}\ \alpha=\frac{\rho_s-\rho_L}{\rho_s}g$$

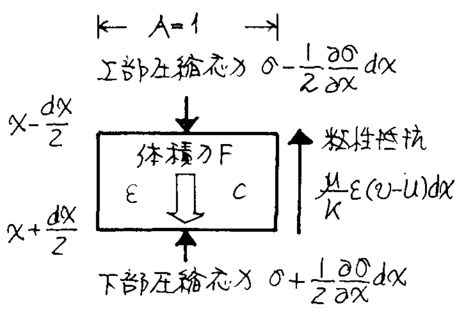
ここで σ；圧縮応力，ρ_s；粒子密度，ρ_L；液密度とする。

$\varepsilon(v-u)=v-U$ の関係があり，また σ が c のみの関数であるとすると　$\dfrac{\partial\sigma}{\partial x}=\dfrac{d\sigma}{dc}\dfrac{\partial c}{\partial x}=\lambda\dfrac{\partial c}{\partial x}$　であるので，運動方程式①は

$$\alpha c=\lambda\frac{\partial c}{\partial x}+\frac{\mu}{k}(v-U)\ \cdots\cdots ②$$

と表現される。

ここで，λ（応力増加係数）は $[L^2T^{-2}]$ 次元で c の関数である。



$$F=\text{重力}-\text{浮力}=\left\{1-\frac{\rho_L}{\rho_s}\right\}cg\,dx$$

図-1　力学理論の模式図

4) **理論の比較**　回分沈降では $U=0$ であるので，運動方程式は，

$$v=\frac{k}{\mu}\left\{\alpha c-\lambda\frac{\partial c}{\partial x}\right\}\ \cdots ③$$

となる。

沈降過程で生ずる一般の濃度では $\partial c/\partial x>0$ であるが，初濃度 c については，回分初期，管上部の特定域において，$\partial c/\partial x=0$ となり，この定常が存在する限り，$v=\hat{v}=\dfrac{k}{\mu}\alpha c$　あるいは　$\dfrac{\mu}{k}=\dfrac{\alpha c}{\hat{v}}\ \cdots\cdots ④$

とおける。この速度 $\hat{v}$ は圧縮応力の存在を許容しても，c のみの関数となる。これは，等速界面沈降速度に他ならない。④の表現を利用して，一般の運動方程式②を書き換えると

$$\lambda\frac{\partial c}{\partial x}=\frac{\alpha c}{\hat{v}}(\hat{v}+U-v)=\frac{\alpha}{\hat{v}}(G_c-G) \quad \cdots ⑤$$

となる。

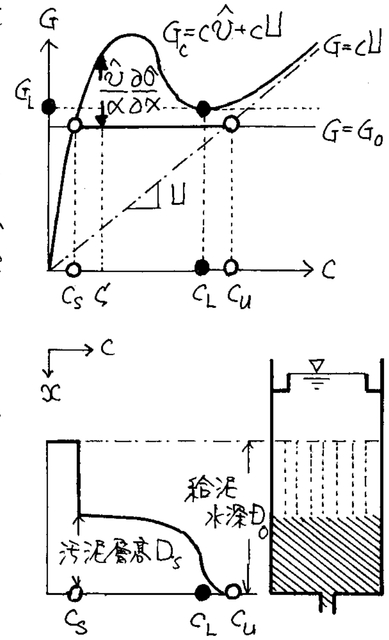


図2．フラックス曲線と濃度分布

$G=G_0$ で定常運転されている沈殿池について，濃縮条件 $\partial c/\partial x \geq 0$ を求めると，$\lambda, \hat{v} \geq 0$ であるので，$G_c \geq G_0$ に帰結し，フラックス理論と一致する。フラックス理論における $\hat{v} \geq v-U$ なる主張は，両辺の値の間に応力項が存在することを暗黙裏に認めていたとも解釈される。このような濃縮条件を満たす濃度 c の範囲を $\Omega=\{c_s, c_u\}$ とする。c_s は沈殿池自由沈降部の濃度，c_u は排出汚泥濃度で，物質収支より

$$G_0=c_s\hat{v}+c_sU=c_uU \quad \cdots ⑥$$

の関係がある。

従来のフラックス理論では，G_0 が G_c の極小値 G_L よりも小さい場合には池底に汚泥は存在せず，c_s の直下に c_u が不連続に出現すると主張されている。しかし，力学理論は $\lambda>0$ in Ω である限り

$$\frac{dc}{dx}=\frac{\alpha}{\lambda\hat{v}}(G_c-G_0) \quad \cdots ⑦$$

の濃度勾配を形成しながら，Ω の濃度が連続的に出現することを示す。もし，$\lambda=0$ on $c<c_c$ であるとするならば，汚泥層の表面で c_s から c_c まで不連続な濃度変化が生ずる。

このような濃度勾配は，回分沈降の界面にも存在する。等速沈降時における界面濃度勾配は，移動座標 $x_s=x-\hat{v}_0 t$ で示すと次式となる。

$$\frac{dc}{dx_s}=\frac{\alpha c}{\lambda\hat{v}}(\hat{v}-\hat{v}_0) \quad \cdots ⑧ \qquad 但し\ 0\leq c\leq c_0$$

ここで，$\hat{v}_0$：初濃度 c_0 に対応する粒子沈降速度とする。換言すれば，界面の等速沈降が生ずるためには，このような濃度勾配が前段階として形成されなければならない。すなわち界面等速沈降の開始には時間遅れがある。

5) 汚泥層高と保持汚泥量　⑦式を利用すると，定常連続実験下の底部汚泥層の高さ D_s と単位面積あたりの保持汚泥量（M/A）とが容易に求められる。ただし，G_0 を除く積分内の変数は全て c の関数である。

$$D_s=\int_\Omega dx=\frac{1}{\alpha}\int_\Omega\frac{\lambda\hat{v}}{G_c-G_0}dc \quad \cdots ⑨ \qquad \frac{M}{A}=c_sD_0+\frac{1}{\alpha}\int_\Omega c\,dx=c_sD_0+\frac{1}{\alpha}\int_\Omega\frac{\lambda c\hat{v}}{G_c-G_0}dc \quad \cdots ⑩$$

ここで，D_0：給泥水深である。

フラックス理論では濃縮条件から求めた許容最大フラックス G_L が沈殿池に負荷できる最大のフラックスとされてきた。しかし，$G_0=G_L$ とすると，D_s は無限大となる。有限の給泥水深 D_0 に対して負荷し得る最大フラックスは

$$D_0=\frac{1}{\alpha}\int_\Omega\frac{\lambda\hat{v}}{G_c-G_M}dc \quad \cdots ⑪$$

を満足する G_M である。$G_M<G_L$ であり，有限水深の沈殿池に対しては G_L は過大負荷となる。

3　まとめ

力学理論とフラックス理論の整合性を調べ，これまでのフラックス理論では説明し得なかった現象[2]を力学理論で説明した。また，従来の研究では示し得なかった，汚泥層高と保持汚泥量の表現式を提示した。

（文献）(1) 楠田ら；土木学会論文報告集 No.294 (1980)　(2) Fitch; Ind. Eng. Chem., Vol.58 (1966)