

II-385

下水道維持管理計画に関する基礎的研究
 --ARIMAモデルによる処理場データの解析--

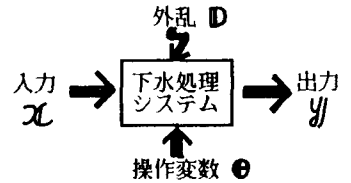
東京都立大学工学部 正員 小泉 明
 東京都立大学工学部 正員○稲員 とよの
 安田火災海上保険㈱ 佐々木 孝良

1. はじめに

下水道が建設の時代から維持管理の時代へと移行するに従い、下水処理場における処理システムの制御の問題が重要となってきた。処理場に流入する下水は、一般的に、量・質ともに変化が激しく不規則であるが、これを一定基準以下の水質に処理しなくてはならない。このためには、経験的に管理・制御するだけでなく、適切な維持管理方法を検討する必要がある。

そこで本研究では、下水処理システムを図1に示すようなブラックボックスと考え、外乱や操作変数を考慮しつつ、入力と出力の関係をマクロ的に記述するモデルを作成し、維持管理のための最適制御方法を確立する一助とするものである。

図1 下水処理システム



2. 解析方法と使用データ

下水処理システムの入力は、降雨などによるランダム変動、季節的な周期変動、都市活動の活発化に伴う傾向変動等、複雑な変動を含んでいると考えられる。そこで、本研究ではこれらの変動を統一的に記述できる伝達関数ARIMA(Auto Regressive Integrated Moving Average)モデル¹⁾を適用することとする。この基礎式は以下のように表わされる。

$$Y_t = \mu + \{\omega(B)/\delta(B)\} X_{t-b} + \{\theta(B)/\phi(B)\} a_t \quad (1.1)$$

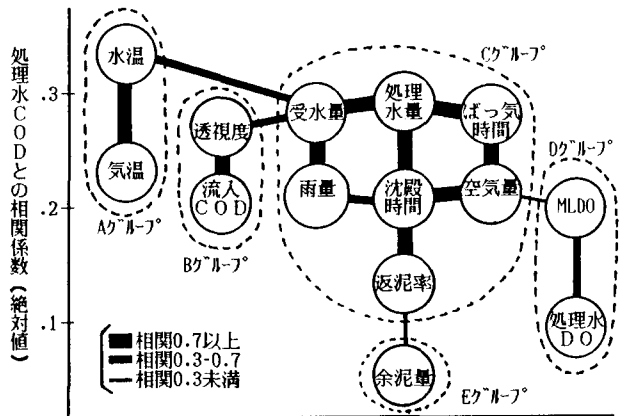
ただし t : 時間の指標, Y_t : 出力時系列, X_t : 入力時系列, b : 時間遅れ, B : 後退演算子, μ : 定数項, $\omega(B)/\delta(B)$: 伝達関数荷重, $\phi(B)$: 自己回帰演算子, $\theta(B)$: 移動平均演算子, a_t : ランダム誤差

また本研究の対象は、都市下水を中心に活性汚泥処理しているA処理場とする。データは管理月報に記載されている2年分の日データで、欠測日は補間を行い、15変数730個のデータを使用するものとする。

3. 要因の選択

まず、処理場からの出力を表わす要因としては、処理水量、処理水COD、処理水DOの3変数しか得られていないため、この中から処理水CODを代表要因として選択した。つぎに、処理水CODとの関係を考慮しつつ、他の変数間の相互関係を明らかにするため、相互相関係数を計算し、要因関連図を作成したところ、図2に示すような5つのグループに変数を分類できた。すなわち、気温の状態を表わすAグループ、流入水質を表わすBグループ、処理場の状態を表わすCグループ、酸素量を表わすDグループ、余泥量のEグループ、の5グループである。このうち、Aグループは外乱の要因であり、ARIMAモデルの雑音項として考慮できる。したがって、システムへの入力を表わす要因として、Bグループから流入CODを選び、残りのグループから操作量を表わすと考えられる。ばっ気時間、空気量、ばっ気槽MLDOの3変数を候補とした。さらに流入CODとこれら3変数との比をとり、出力要因である処理水CODとの相互相関係数を計算した結果、ばっ気槽MLDOを用いた場合が相関が高いことが分かった。以上の結果より、流入COD、ばっ気槽MLDO、処理水CODを用いて、処理システムのモデル化を試みるものとする。

図2 要因関連図



4. 下水処理システムのモデル化

下水処理システムのモデル化に先立ち、まず伝達関数の型を決定しなければならない。そこで、出力要因は、それ自身の過去の値と、入力および制御要因の過去から現在に至る値との線形結合によって表わされると仮定すると、次式を得る。

$$y = k \int x \, dt + k' \int y \, dt \tag{3.1}$$

ただし y :処理水COD, x :流入COD/ばっ気槽MLDO, K' および K'' :定数

両辺を微分して、 $dy/dt = k'x + k''y$ (3.2)

ここで、入力変数 $x(t)$ の影響が出力変数 $y(t)$ に時間遅れを伴って表われる場合も考慮すると、

$$(1 + TD) y(t) = g x(t - \tau) \tag{3.3}$$

ただし D : d/dt , τ :時間遅れ, T および g :定数

このような線形微分方程式で表わされる連続システムから、等時間間隔の観測値 X_t, Y_t を得たとする。この時、遅れ τ の整数部分を b とし、後退演算子 B を用いてARIMAモデルの形式で記述すると、(3.3)式は、

$$(1 - a_3 B) Y_t = (a_1 - a_2 B) X_{t-b} \tag{3.4}$$

となる。ただし、 a_1, a_2 および a_3 は定数である。

つぎに、水温や気温などの外乱を表わす項としてノイズ項を追加すると、以下の式が得られる。

$$Y_t = \mu + \{(a_1 - a_2 B)/(1 - a_3 B)\} X_{t-b} + \{(1 - a_4 B)/(1 - a_5 B)\} a_t \tag{3.5}$$

ただし Y_t :処理水COD, X_t :流入COD/ばっ気槽MLDO, $\mu, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$:定数

上記モデル式を、A処理場2年分730日のデータに適用したところ、推定されたモデルは、残差のカイ二乗検定により棄却されるため、統計的に有意なモデルとは言えない。これは730日という長いデータサイズではモデル化が難しいためと考えられる。そこで、次節においてデータサイズによるモデルの検討を行なうこととする。

5. モデルの検討

データサイズを、365, 240, 180, 120, 90, 60, 30日とし、2年分のデータをそれぞれのサイズで等分割したケースについて、(3.5)式の係数を推定した。また、それぞれの推定式による残差のカイ二乗検定値を求めた結果を図3に示す。この図より、データの長さは1~4ヶ月が適当であると考えられる。

さらに、1ヶ月のデータサイズの計算結果24ケースを検討した結果、これらのケースではデータサイズが短いことから系統的残差が減少するため、ノイズ項は不用となり、下記のような簡単な伝達関数モデルで表わすことができた。

$$Y_t = \mu + \{(a_1 - a_2 B)/(1 - a_3 B)\} X_t + a_t \tag{4.1}$$

推定されたモデル式による処理水CODの推定値と実測値の一例として、1983年1月の場合を図4に示す。また、モデル式による推定の精度が悪い月も一部あったが、これらのケースについては時間遅れ b を考慮すると、残差分散も小さく、適合性の良いモデルが得られることが分かった。

6. おわりに

本研究では、下水処理システムをマクロ的に捉らえた上で、現在処理場で測定されている日データによるARIMAモデルを提示することができた。この結果、モデルに使用するデータのサイズは数ヶ月以内が望ましいこと、推定されたモデル式の精度が悪い場合には入力系列の時間遅れを考慮することにより対処可能であることが明らかとなった。なお、ここで示した解析方法は、処理場の時間データにも適用可能と考える。

(参考文献) 1)G.E.P.Box & G.M.Jenkins:Time Series Analysis, Holden-Day, 1976

図3 データサイズとカイ二乗値

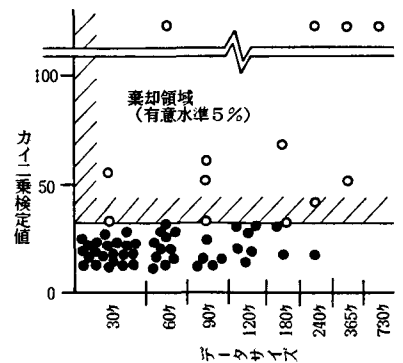


図4 1983年1月の実測値と推定値

