

II-378 雨滴形状が汚染ガス吸収に及ぼす影響について

大阪大学基礎工学部 正員 芝 定孝・伊藤 龍象  
 大阪大学工学部 正員 末石 富太郎

1. 緒言 降水は大気中を落下する間に種々の汚染ガスを吸収する。このような降水による大気中の汚染ガスの吸収は大気汚染と水質汚濁や土壌汚染との相互作用に關与する重要な物質移動現象の1つである。雨滴による汚染ガスの吸収機構における影響因子としては、雨滴の形状、雨滴内の循環流、雨滴の運動、などが考えられる。今回はこれらの影響因子のうち雨滴の形状を取り上げてみた。雨滴の形状については粒径が小さい場合には球形と見なせるが、粒径が大きくなると球形からずれ、短軸を鉛直方向とする回転楕円体に近い形になると言われている。球形の場合の液滴の物質移動については、従来から相当研究されているが、球形から変形した場合の理論的研究は殆んど見当たらない。そこで、雨滴が球形から変形して楕円体になった場合について考察した。

2. ガス吸収機構のモデル 雨滴内、大気中ともに物質の濃度変化は拡散方程式によって記述されるが、大気中での拡散係数（ $\sim 10^{-1} \text{cm}^2/\text{sec}$ ）は雨滴内での拡散係数（ $\sim 10^{-5} \text{cm}^2/\text{sec}$ ）に比して非常に大きいので、雨滴周囲の大気濃度を一様と仮定する。従って、雨滴内部についてのみ単独で適当な初期条件、境界条件のもとに拡散方程式を解けば良い。さらに、物理吸収のみを考える事にすれば、一様な大気濃度を仮定した際に導入される、物質移動に対する大気側の境界抵抗は雨滴内の拡散抵抗に比して無視し得る。また、雨滴径（0.02～0.6 cm）、雨滴表面の汚染などを考慮すると雨滴内部の循環流を無視する事も可能と思われる。以上の考察より、結局、球形に対するNewman タイプのモデルを扁平回転楕円体に拡張すれば良い。雨滴に対する扁平回転楕円体座標（ $\xi, \eta, \phi$ ）とFig. 1に示す様な直角座標（ $x, y, z$ ）との関係はEqs. 1～3

$$\hat{x} = \frac{x}{a_e} = (1-\kappa^2)^{1/2} \{ (1+\xi^2)(1-\eta^2) \}^{1/2} \cos \phi \quad \text{----- (1)}$$

$$\hat{y} = \frac{y}{a_e} = (1-\kappa^2)^{1/2} \{ (1+\xi^2)(1-\eta^2) \}^{1/2} \sin \phi, \quad \hat{z} = \frac{z}{a_e} = (1-\kappa^2)^{1/2} \xi \eta \quad \text{----- (2), (3)}$$

で与えられる。ただし、 $a_e$ は長径の1/2であり、 $\kappa$ は短径/長径の値である。 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ は $x, y, z$ を $a_e$ で無次元化した座標であり、 $\xi, \eta, \phi$ の変域は  $0 \leq \xi \leq \xi_w, -1 \leq \eta \leq 1, 0 \leq \phi \leq 2\pi$  である。 $\xi_w$ は楕円体表面での $\xi$ の値であり、 $\xi = \text{const}, \eta = \text{const}$ はそれぞれ楕円面、双曲面を表わす。扁平回転楕円体座標による拡散方程式はEq. 4で与えられる。さらに解析の都合上、Eq.

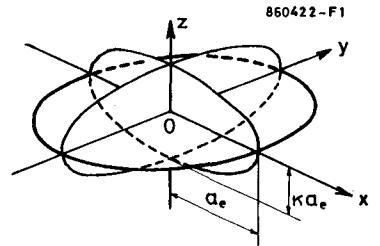


FIG. 1.- OBLATE SPHEROID

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{D}{(1-\kappa^2)a_e^2(\xi^2+\eta^2)} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ (1+\xi^2) \frac{\partial C}{\partial \xi} \right\} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ (1-\eta^2) \frac{\partial C}{\partial \eta} \right\} + \frac{(\xi^2+\eta^2)}{(1+\xi^2)(1-\eta^2)} \frac{\partial^2 C}{\partial \phi^2} \right], \quad \xi^* = \frac{\xi_w - \xi}{\xi_w} \quad \text{----- (4), (5)}$$

5の様な変換を行ない、雨滴の対称性を考慮し、 $\eta = -1 \sim 1$ でEq. 4を積分すると、結局、Eq. 6の様な一次元

$$\kappa^2 q(\xi^*) \frac{\partial \hat{C}}{\partial \xi^*} = \frac{\partial}{\partial \xi^*} \left\{ p(\xi^*) \frac{\partial \hat{C}}{\partial \xi^*} \right\}, \quad \hat{C}(\hat{x}_e, \xi^*) = \frac{C_w - C}{C_w - C_0}, \quad \hat{t}_e = \frac{t}{(a_e^2/D)} \quad \text{----- (6), (7), (8)}$$

拡散方程式が得られる。ただし、 $\hat{C}, \hat{t}_e$ はEq. 7, 8で定義される無次元濃度、無次元時間であり、 $C_w$ は雨滴表面濃度、 $C_0$ は雨滴内部の初期濃度、 $D$ は雨滴内部の拡散係数である。また、関数 $p(\xi^*), q(\xi^*)$ はそれぞれEq.

$$p(\xi^*) = \kappa^2(1-\xi^{*2}) + (1-\kappa^2), \quad q(\xi^*) = \kappa^2(1-3\xi^{*2}) + \frac{1}{3}(1-\kappa^2), \quad \hat{C} = 1 \text{ at } \hat{x}_e = 0, \quad \hat{C} = 0 \text{ at } \xi^* = 0, \quad \hat{C} = \text{finite at } \xi^* = 1 \quad \text{----- (9), (10), (11), (12), (13)}$$

9, 10で与えられる。雨滴内一次元拡散方程式に対する初期条件はEq. 11, 境界条件はEqs. 12, 13のようになる。

3. 雨滴内の濃度

Eq. 6の拡散方程式の解がEq. 14で表わせるものと仮定すれば、一般解はEq. 15で与えら

$$\hat{C}(\hat{x}_e, \xi^*) = T(\hat{x}_e) \cdot \Theta(\xi^*), \quad \hat{C}(\hat{x}_e, \xi^*) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \Theta_n(\xi^*) \cdot \exp\left(-\frac{\lambda_n}{\kappa^2} \hat{x}_e\right) \dots\dots\dots (14), (15)$$

れる。λ<sub>n</sub>は分離定数で、A<sub>n</sub>は定数係数である。境界条件Eqs. 12, 13を考慮してΘ<sub>n</sub>(ξ\*)をEq. 16の様なξ\*の多項式で近似する。Rayleigh-Ritzの方法によると、λ<sub>n</sub>、Θ<sub>n</sub>は変分問題で得られる固有値および固有関数となっている。

$$\Theta_n(\xi^*) = \sum_{i=1}^n \alpha_{ni} \xi^{*i}, \quad \sum_{j=1}^m (R_{ij} - \lambda_n S_{ij}) \alpha_{nj} = 0 \quad (i=1 \dots m), \quad \det |R_{ij} - \lambda_n S_{ij}| = 0 \quad (i=1 \dots m) \dots\dots\dots (16), (17), (18)$$

すなわち、λ<sub>n</sub>、α<sub>ni</sub>はEqs. 17, 18で決定される。R<sub>ij</sub>、S<sub>ij</sub>はEqs. 19, 20で与えられる。A<sub>n</sub>はEq. 21により計算する。

$$R_{ij} = \int_0^1 P(\xi^*) \xi^{*i+j-2} d\xi^*, \quad S_{ij} = \int_0^1 Q(\xi^*) \xi^{*i+j} d\xi^*, \quad A_n = \int_0^1 Q(\xi^*) \cdot \Theta_n(\xi^*) d\xi^* \dots\dots\dots (19), (20), (21)$$

4. 汚染ガスの吸収量

雨滴が周囲の大気から吸収し得るガスの質量M<sub>c</sub>(t)はEq. 22で与えられる。C<sub>w</sub> >

$$M_c(t_e) = \iiint (C_w - C) dV = \iiint (C_w - C) dx dy dz = (1 - \kappa^2)^{3/2} a_e^3 \iiint (C_w - C) (\xi^2 + \eta^2) d\xi d\eta d\phi \dots\dots\dots (22)$$

Cのときは吸収であるが、C<sub>w</sub> < Cのときは雨滴からの放散となる。無次元の吸収可能質量をM̂<sub>c</sub>(x̂<sub>e</sub>) = M<sub>c</sub>(t<sub>e</sub>)/M<sub>c</sub>(0)

$$\hat{M}_c(\hat{x}_e) = \int_0^1 \hat{C}(\hat{x}_e, \xi^*) \cdot Q(\xi^*) d\xi^* / \int_0^1 Q(\xi^*) d\xi^* = 3 \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 \cdot \exp\left(-\frac{\lambda_n}{\kappa^2} \hat{x}_e\right) \dots\dots\dots (23)$$

$$\hat{M}_c(\hat{x}) = 3 \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 \cdot \exp\left(-\frac{\lambda_n}{\kappa^2} \hat{x}\right), \quad \hat{x} = \left(\frac{a_e}{a}\right)^2 \hat{x}_e = \left(\frac{1}{\kappa}\right)^2 \hat{x}_e, \quad \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 = \frac{1}{3} \dots\dots\dots (24), (25), (26)$$

とすれば、M̂<sub>c</sub>(x̂)はEq. 23のようになる。異なるa<sub>e</sub>の雨滴における吸収可能質量を比較する場合には同体積の球の場合の無次元時間x̂ (Eq. 8でa<sub>e</sub>をaとしたもの)を用いると便利である。その時の吸収可能質量はEq. 24で与えられる。x̂とx̂<sub>e</sub>との関係はEq. 25の様になる。またM̂<sub>c</sub>(0) = 1よりEq. 26を得るが、解の収束判定に利用可能である。

5. 雨滴の変形と汚染ガス吸収量

Fig. 2に

雨滴が球形(κ=1)から次第に扁平な回転楕円体に変形(κが減少)した場合に、吸収可能質量M̂<sub>c</sub>(x̂)が無次元時間とともに変化する様子を図示したものである。何れも時間x̂が経つにつれ汚染ガスの吸収が進む為に吸収可能質量は減少してゆく。Fig. 2はEq. 16で多項式を3次としたものであるが、κ=1とするとNewmanの解と数値的に一致し、本モデルで得られた解の妥当性をうかがえるものと思われる。κが減少する程、すなわち、雨滴の変形が大きくなる程、同体積の球に比して、汚染ガスの吸収速度が大きくなり、吸収可能質量はより速く減少する事かわかる。ただし、初期段階ではκの影響は小さい。なお、本研究は文部省科学研究費一般研究(B)大気汚染・水質汚濁現象を統合した都市環境制御の研究(代表者:末石富太郎教授)により行なった。

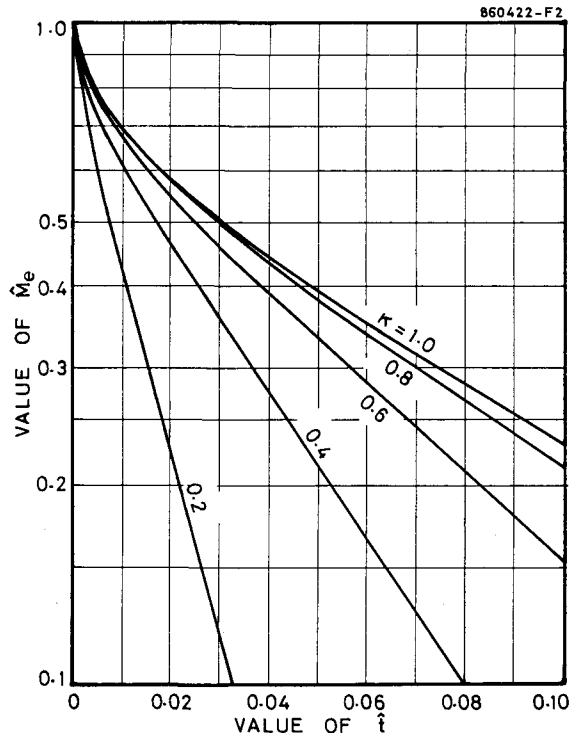


FIG. 2.- ABSORBABLE MASS INTO RAIN DROP