

## II-353 磨耗で構成された河床における生物学的自浄作用のモデル化

東京大学大学院 学生員 ○長岡 裕  
東京大学工学部 正会員 大垣真一郎

## 1. はじめに

前報<sup>1)</sup>において、磨耗で構成された（浸透層を有する）河床における硝化作用に関して室内水路を用いた実験的考察を行ない、その基本的メカニズムの解明を試みた。ここでは前回の結果を踏まえ、浸透層を有する河床における生物学的自浄作用について数学モデルを作成し、流れの水理条件、浸透層の形態、生物反応の大きさ等が浸透層における生物反応のメカニズムに与える影響について、モデルを用いてシミュレーションを通して検討した。特に、浸透層のどの領域が大きな反応を担っているか、について考察した。

## 2. 浸透層における生物学的自浄作用のモデル

浸透層を有する水路を用いた硝化実験の結果、図1に示すような  $\text{NH}_4^+$ -N濃度分布、及び付着生物量分布を得た。<sup>1)</sup>また、浸透層を有する流れは図2の様に模式的に表わせらる<sup>2)</sup>としている。以上を踏まえ、図3に示すように第I、2層目をそれぞれ第I、II領域、それ以深を第III領域として浸透層全体を3分割し、考える反応の基質濃度に関して以下に述べるモデルを作成する。

第I領域における無次元濃度分布（浸透層表面での濃度を除したもの）を  $C_i^*$  とし、図3に示すように無次元座標  $Z_i^*$ （各領域の厚さ  $h_i$  を除したもの）とする。各領域における深さ方向拡散（分散）係数を  $D_i$ 、考える生物反応と濃度に対しても1次反応と仮定し、その反応速度定数を  $k_i$  とすれば、定常状態を考えて各領域における基本方程式が次に示すように表わせる。

$$\frac{d^2 C_i^*}{d Z_i^{*2}} = \left( \frac{k_i \cdot h_i^2}{D_i} \right) C_i^* = \alpha_i^2 C_i^* \quad (\alpha_i = \sqrt{\frac{k_i}{D_i}} \cdot h_i, i=1,2,3) \quad (1)$$

ただし、生物反応は1つの基質のみが律連であると仮定し、例えば有機物酸化におけるDOの影響等はここではとりあえず考えないこととし、また、定常状態とは生物学的にも定常状態していると意味するものとする。境界条件として領域間におりる濃度とフラックスの接合等を考えて(1)式を解き、次の解を得る。

$$C_1^* = \cosh \alpha_1 Z_1^* - p \sinh \alpha_1 Z_1^* \quad (2)$$

$$C_2^* = (\cosh \alpha_1 - p \sinh \alpha_1) \cosh \alpha_2 Z_2^* + n_1 (\sin \alpha_1 - p \cosh \alpha_1) \sinh \alpha_2 Z_2^* \quad (3)$$

$$C_3^* = s \cosh \alpha_3 Z_3^* - s \tanh \alpha_3 \sinh \alpha_3 Z_3^* \quad (4)$$

$$\text{ただし } p = \frac{n_3 \tanh \alpha_1 + n_2 \tanh \alpha_2 + \tanh \alpha_3 + n_1 \tanh \alpha_1 \tanh \alpha_2 \tanh \alpha_3}{n_3 + n_2 \tanh \alpha_1 \tanh \alpha_2 + n_1 \tanh \alpha_2 \tanh \alpha_3 + \tanh \alpha_3 \tanh \alpha_1}$$

$$s = (\cosh \alpha_1 \cosh \alpha_2 + n_1 \sinh \alpha_1 \sinh \alpha_2) - p (\cosh \alpha_2 \sinh \alpha_1 + n_1 \cosh \alpha_1 \sinh \alpha_2)$$

$$n_1 = \sqrt{\frac{k_1 D_1}{k_2 D_2}}, \quad n_2 = \sqrt{\frac{k_2 D_2}{k_3 D_3}}, \quad n_3 = \sqrt{\frac{k_3 D_3}{k_1 D_1}}$$

なお、  $C_i^*$  に関して

$$q_i = - \frac{D_i}{h_i} \frac{d C_i^*}{d Z_i^*} \Big|_{Z_i^*=0} \quad (5)$$

を計算して各領域に入るフラックス  $q_i$  を計算することができます。

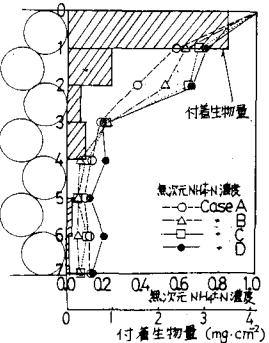


図1. 浸透層を有する河床における硝化実験の結果、 $\text{NH}_4^+$ -N無次元濃度分布及び付着生物量分布

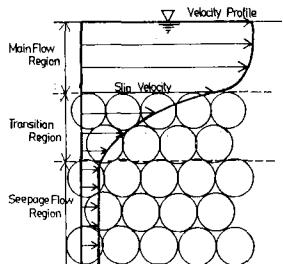


図2. 浸透層を有する流れの模式図

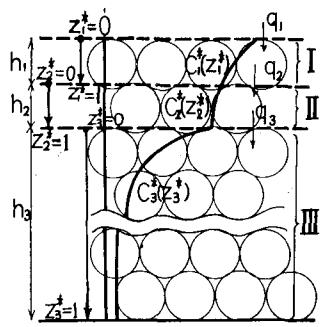


図3. 浸透層における生物学的自浄作用のモデル化

### 3. モデル式中のパラメータの推定

図4は前報における実験結果を新たに解析して得た $k_1, k_2, k_3$ の値と流速（第I, II領域においては表面平均流速 $\bar{U}_B$ , 第III領域においては真の浸透流速 $v$ ）との関係をプロットしたものであるが、この場合、周辺の流速の大小が生物膜による反応の大きさを決定していることがわかる。ここではこれを参考にして

$$k_1 = k_2 = \alpha \bar{U}_B \quad (6) \quad k_3 = \alpha v \quad (7) \quad \alpha: \text{定数}$$

の関係を仮定し解析を行なう。（図4においては $\alpha = 1.5 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ ）また、 $D_1, D_2, D_3$ に関しては

$$\frac{D_1}{v} = \frac{D_2}{\bar{U}_B} = \xi_1 \left( \frac{\bar{U}_B d}{v} \right)^{\gamma_1} \quad (8)$$

$$\frac{D_3}{v} = \xi_2 \left( \frac{v d}{\bar{U}_B} \right)^{\gamma_2} \quad (9)$$

$\nu$ : 動粘性係数  $\xi_1, \xi_2, \gamma_1, \gamma_2$ : 定数

の形を仮定し、適当な係数の値を代入する。水面勾配 $i$ と $\bar{U}_B$ ,  $v$ との関係については次式を用いる。

$$i = \frac{\nu}{g K} (\ln V) + \frac{0.55}{9\sqrt{K}} (\ln V)^2, \quad K = \frac{d^2 \lambda^3}{90(1-i)^2} \quad (10)$$

$$\bar{U}_B = \frac{1}{n} R^{3/4} i^{1/2}, \quad n = 0.0417 d^{1/6} \quad (\text{単位 m.s.}) \quad (11)$$

$R$ : 径深  $d$ : 粒径  $i$ : 空けき率

これらに最適充填を考え、次式を用いる。

$$h_1 = h_2 = 0.82 d, \quad h_3 = 0.82 n d \quad (12)$$

$n$ : 第III領域の層数

### 4. 反応速度、水理条件、浸透層の構造が浸透層中の生物反応に与える影響

以上のモデルを基に第I, II, III領域それぞれにおける反応量の割合を計算し、浸透層における生物学的自浄作用のメカニズムについて考察する。生物反応の大きさを決定するパラメータの影響を調べたものが図5, 6で、生物反応の大きさが小さくなることによって基質が底まで届き、第III領域における反応が相対的に大きくなりることが示されている。図7は反応が小さい場合について第III領域の層の数の影響を示したもので、ある程度までは層の数が多い方が第III領域による寄与を高めることがわかる。図8, 9, 10はそれぞれ水面勾配 $i$ 、水深(径深) $R$ 、粒径 $d$ の影響を示したものである。 $i, d$ は大きく、 $R$ は小さい方が第III領域の活性が相対的に大きくなっているが、これは浸透流速が表面流速に比して相対的に大きくなり、その結果(6)～(9)式に示される様に第III領域での生物反応の大きさ( $k_3$ )や基質の供給能力( $D_3$ )を第I, II領域におけるよりも相対的に増大させることによるものである。

- 参考文献 1) 長岡・大庭・花木: 浸透性河床における硝化機構、第40回土木学会年次学術講演会講演概要集、1985  
 2) 山田・川端: 浸透層ヒートフラッシュ理論的研究、土木学会論文報告集、325、1982  
 3) 山田・中沢・吉川: 浸透流に関する水理学的研究(I), 東工大土木工学科研究報告 No.25, 6月 1979.

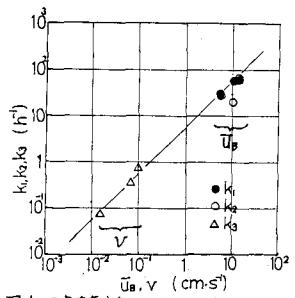


図4. 反応速度定数 $k_1, k_2, k_3$ と表面平均流速 $\bar{U}_B$ 、真の浸透流速 $v$ との関係

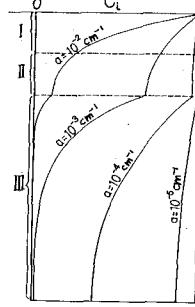


図5. 非次元基質濃度 $C_l^*$ 分布と $\alpha$ による影響  
 $(R=10\text{cm} \quad l=10^{-3} \quad n=5 \quad d=2\text{cm})$

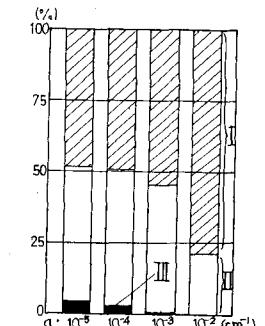


図6. 生物反応の大きさを決定するパラメータ $\alpha$ による、第I, II, III領域における反応量の割合の変化 $(R=10\text{cm} \quad l=10^{-3} \quad n=5 \quad d=2\text{cm})$

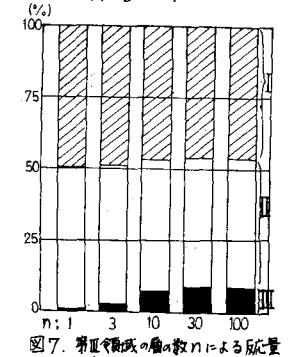


図7. 第III領域の層の数による反応量の割合の変化  
 $(R=10\text{cm} \quad i=10^{-3} \quad d=2\text{cm} \quad \alpha=10^{-3}\text{cm}^{-1})$

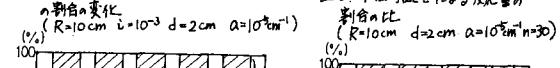


図8. 水面勾配 $i$ による反応量の割合の変化 $(R=10\text{cm} \quad d=2\text{cm} \quad \alpha=10^{-3}\text{cm}^{-1}=30)$

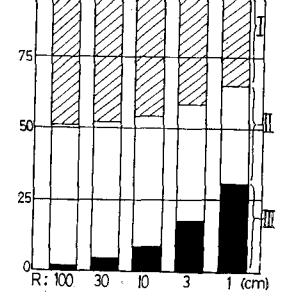


図9. 径深 $R$ の値による反応量の割合の変化  
 $(i=10^{-3} \quad n=30 \quad d=2\text{cm} \quad \alpha=10^{-3}\text{cm}^{-1})$

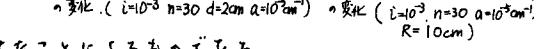


図10. 粒径 $d$ の値による反応量の割合の変化 $(i=10^{-3} \quad n=30 \quad \alpha=10^{-3}\text{cm}^{-1} \quad R=10\text{cm})$