

II-334 たわみ性円柱に作用する波力、流体抵抗力

鹿児島大学工学部

正会員 吉原 進

京都大学大学院工学研究科

Venkataramana Katta

1. はしがき

比較的大きな固有周期を持つ海洋構造物は波浪中で大きく振動することになりがちなので、その安全を確保するためには、設計の段階から波浪による海洋構造物の動的な挙動を正確に把握しておかねばならない。そのためには、海洋構造物に働く波力および抵抗力が合理的に算定できなければならない。しかし海洋構造物周辺の海水の挙動は極めて複雑なもので、理論的にも、実験的にもこれら波力等を詳細に求めることは簡単でない。とくに応答計算に用いるためには実用的な波力式が要請される。そのひとつがいわゆる Morison 式であろうが、これは本来固定された円柱に対する波力式であり、この式をそのまま振動する海洋構造物の応答解析へ適用するのは妥当でない。著者の一人はこの点から、実用的な波力式について、従来からひとつの提案をしている^{1),2)}が、今回その妥当性が、理論的な面からも確かめられたので報告する。

2. 新しい波力式と円柱の運動方程式

波浪中で振動する円柱を図-1で表す。これに働く力として、海水の運動による力(dF:波力)と円柱自身の運動による力(dR:流体抵抗力)の和であると考え、これらをそれぞれ次式で与える。

$$\left. \begin{aligned} dF &= C_m \frac{w}{g} \pi r_0^2 \frac{\partial u}{\partial t} dz + C_d \frac{w}{g} r_0 u |u| dz \\ dR &= C_m' \frac{w}{g} \pi r_0^2 \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} dz + C_d' \frac{w}{g} r_0 \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} dz \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

ここに $u, \frac{\partial u}{\partial t}$ は水粒子の速度, 同加速度 $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$ は円柱 dz 部分の応答速度, 同加速度, r_0 は円柱半径, w は水の単位体積重量, g は重力加速度, C_m, C_d は質量力係数, 抗力係数, C_m', C_d' は付加質量係数, 抗力(減衰)係数である。

円柱のたわみ曲線として

$$f(z) = \left\{ \sin \lambda (R+z) - \sinh \lambda (R+z) \right\} A_1 \cos \lambda (R+z) - \cosh \lambda (R+z) \left. \right\} \frac{x_t}{A_2} \dots\dots (2)$$

なる、片持ちばりの基準関数を流用する。ここに A_1, A_2 定数, x_t は円柱頭部変位, λ は次式の根である。

$$\frac{1 + \cos \lambda l \cosh \lambda l}{\sinh \lambda \cosh \lambda l - \sinh \lambda l \cosh \lambda l} = \frac{N}{m l} \lambda l \dots\dots (2')$$

すると円柱に作用する全水平力は次のようになる。

$$P_H = i C_m w \pi r_0^2 \alpha_i a + C_d w r_0 \alpha_d a^2 (i \omega t) - C_m' \frac{w}{g} \pi r_0^2 \alpha_i \ddot{x}_t - C_d' \frac{w}{g} r_0 \alpha_d \dot{x}_t |\dot{x}_t| \dots\dots (3)$$

ここに $\alpha_i, \alpha_d, \alpha_a, \alpha_d$ は式(2')の根や水深の関数である。

上式を用いると、規則波に対する運動方程式は、

円柱頭部変位により次式のようになる。

$$(M_0 + C_m' M_a) \ddot{x}_t + C_d' C \dot{x}_t |\dot{x}_t| + K x_t = (i C_m F_m + C_d F_d) e^{i \omega t} \dots\dots (4)$$

ここに

$$M_0 = m l \alpha_m + N, M_a = \frac{w}{g} \pi r_0^2 \alpha_a, C = \frac{w}{g} r_0 \alpha_c$$

$$K = E I \alpha_k / l^3 - N g \alpha_g / l, F_m = \lambda \pi r_0^2 \alpha_i a, F_d = w r_0 \alpha_d a^2$$

3. 回折理論による慣性力

海水は、非回転、非粘性、非圧縮とすると、速度ポテンシャルが存在し、図-1の座標系において

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \dots\dots (5)$$

を、次の境界条件を満たすように定める問題となる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{on } z=0 \quad \left[\text{水面} \right] \dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z=l \quad \left[\text{底面} \right] \dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = -i \omega f(z) \cos \theta \quad \text{on } r=r_0 \quad \left[\text{円柱表面} \right] \dots\dots (8)$$

ここに η は水面形, ω は規則波の円振動数である。

進行波を円筒関数で表示し、反射波や円柱の応答周波数は入射波のそれと同じであるとし、さらに適宜円筒関数、およびそれらの微係数等をよく用いられるような簡潔な表示にすれば、速度ポテンシャル ϕ は結局

$$\phi = \frac{g \eta}{\omega} \frac{\cosh k(R+z)}{\cosh k l} \left\{ J_0 - 2i J_1 \cos \theta - \frac{H_1^{(2)}}{H_1^{(1)}} (J_0 - 2i J_1 \cos \theta) \right\} - \frac{2i \omega \cos \theta \cosh k(R+z) H_1^{(2)}}{\pi \sinh(2kR) H_1^{(1)}} \int_{-R}^l f(z) \cosh k(R+z) dz - \int_{-R}^l \frac{2i \omega \cos \theta \cosh k(R+z) K_1}{\eta_j \sinh 2k_j R} \frac{K_1}{K_1} \int_{-R}^l f(z) \cosh k_j(R+z) dz \dots\dots (9)$$

となる。ここに a は規則波の半波高、 k , k_j は

$$\omega^2 = gk \tanh k_1 h$$

$$= -gk_j \tan k_j h \quad \text{水底}$$

m, n_j は k, k_j の次数

円柱に作用する水平方向力は次式となる。

$$P_H = -\int_{-r}^r \int_0^{2\pi} i \frac{W}{g} \omega \varphi \cos \theta r_0 d\theta dz \quad (10)$$

式(9)の $f(z)$ として、式(2)を用いることにすれば

$$P_H = i C_m W \pi r_0^2 \alpha_1 a - C_m' \frac{W}{g} \pi r_0^2 \alpha_1 (\omega^2 \chi_e) - C_r \frac{W}{g} \pi r_0^2 k \omega \alpha_1 (i \omega \chi_e) \quad (11)$$

$$C_m = \frac{2i}{r_0 k} [J_0 + (k_1 r_0 J_0 - J_1) (R_N - i I_N)] \quad (12)$$

$$C_m' = \frac{2k R_N \alpha_1 r^2}{n \sinh(2k_1 h) \alpha_1} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2k_j R_j \alpha_1 r^2}{n_j \sin(2k_j h) \alpha_1} \quad (13)$$

$$C_r = \frac{2k R_N \alpha_1 r^2}{n \sinh(2k_1 h) \alpha_1} \quad (14)$$

式(11)の C_m は入力波に対する波力の、 C_m' は円柱の運動による流体抵抗力の、 C_r は円柱の運動に伴って生じた波の逸散による減衰力の係数をそれぞれ意味している。各係数を円柱径と波長の比 d/L に対して求めたのが図-2, 3, 4である。図-3, 4では $h/L, d/h, N/mL$ としては次に述べる実験の値に近い場合のみ示した。 C_m は d/L が小さい時は2.0でありこれまでに各研究者により得られている通りである。 C_m' は3次のモードに対する結果までが示されているが0.8ないし1.0程度の値をとる。 C_r はこれまで取り上げられることが少なかったが、 d/L が0.2程度のときは相当大きな影響を与え得ることを示唆している。しかし d/L が0に近いときは殆どこれを無視できよう。このような場合式(11)は式(3)の抗力を除いた形と全く同じ形になることから、質量力に関しては式(1)の考え方が理論的に妥当であると言える。しかし抗力については現段階では理論的取扱が不可能であるので、その妥当性をこの面からは確認できず、実験的な検証によらねばならない。

4. 実験結果と考察

実験には当学科に設置されている長さ、高さ、奥行きが30m, 1.2m, 1mの2次元造波水槽を用いた。円柱模型は外径6cm, 3.8cmで長さ約1mの2本の塩化ビニール管を用いた。底部を固定し、上部には適当な荷重を載せた。まず静水中で自由振動実験を行った後、一定波高で周期を順次変更した規則波を発生させ、円柱が定常に達した時に記録を取った。

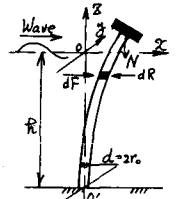


図-1 円柱モデル

自由振動の記録

より、 C_m', C_d' を求め、式(4)より未定の C_m, C_d を求め、図-5に示した。幾分ばらつき

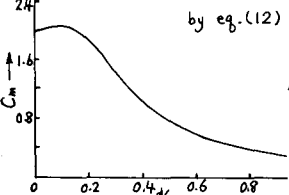


図-2 質量力係数

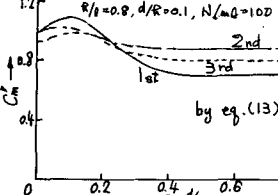


図-3 付加質量係数

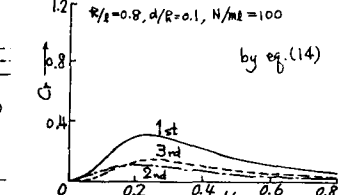


図-4 逸散減衰力係数

があるものの、 C_m は2程度、

C_d は1か1より少し小さい程度である。前者は理論解ともよく一致している。次に実験

で得られた諸数値を用いて、

式(4)より定常解を求め

図-6に示した。実験の周波数の

範囲で両者よく対応している

これは得られた諸数値が妥当

であったこと、即ち式(1)の考え方が妥当であることを意味している。

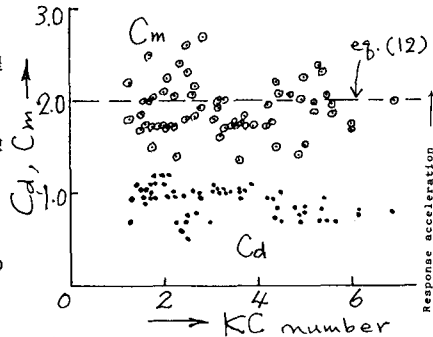


図-5 実験より得られた C_m, C_d

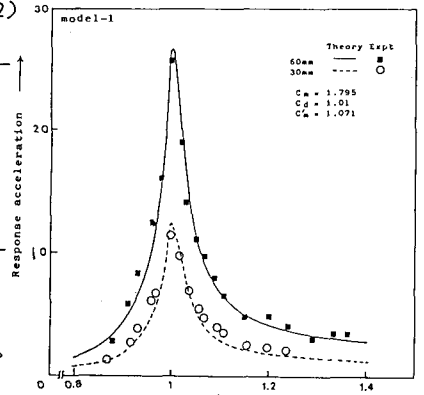


図-6 周波数応答曲線

1) 有原上彦: 海中円筒体に対する規則波抗力, 25回海洋工学講演会論文集, pp.387-391 (1978)
 2) 藤川: 海中円筒体に対する非規則波抗力, 28回海洋工学講演会論文集, pp.411-415 (1981)