

II-284 シートフロー現象の定式化に関する一考察

アイ・エー・新土木研究所(株) 正員 香取 完和

1. 研究の目的 従来、漂砂現象の定式化においては、運動形態の相違により現象を浮遊砂と掃流砂に分けて扱うことが通例であったが、本来両者が混在してひとつの連続的な場を形成している現象の理解を半面妨げていることも否めない。そこで本研究は、従来浮遊砂の表現に用いられていた拡散方程式を掃流砂の領域にまで拡張し、現象の統一的な表現を模索したものであり、現象の一端を解明することを目的としている。

2. 拡散方程式による濃度分布の表現 シートフロー状態¹⁾²⁾では底面が平坦であり、鉛直次元の方程式系によって現象を近似的に表わすことができる。ここでは準定常の場を想定し式(1)を基礎式とする。式(1)を鉛直方向zに関して積分し境界条件を付加すると式(2)が得られることは周知の通りである。

$$\frac{\partial}{\partial z}(K_z \frac{\partial C}{\partial z}) + \frac{\partial}{\partial z}(\omega C) = 0 \quad \dots(1) \quad K_z \frac{\partial C}{\partial z} = -\omega C \quad \dots(2) \quad \int \frac{1}{\omega(c)C} dc = - \int \frac{1}{K_z(z)} dz + D \quad \dots(3)$$

ここで、 K_z は拡散係数、 ω は粒子の沈降速度、 C は濃度である。式(2)を底面近傍の高濃度層にまで拡張するには、 K_z の表現に工夫を要するのみならず、 ω が濃度によって変化する³⁾ことも加味しなければならないであろう。これらのことを考慮して式(2)を積分形式で表わすと式(3)となり、実測された濃度分布特性により符合する結果を与える関数形を検討した結果は次の通りである。まず沈降速度 $\omega(c)$ の近似式を2つの双曲線の和として式(4)で表わし、定数 $a_1, a_2, b_1 \sim b_3$ を求める。 ω_0 は単一粒子の沈降速度であり、式(4)を式(3)に代入して式(5)を得る。ここで $d_0 \sim d_2, \beta_1, \beta_2$ は定数で $a_1, a_2, b_1 \sim b_3$ によって与えられ、 d_3 は積分定数である。

$$\omega(c)/\omega_0 = b_1/(c+a_1) + b_2/(c+a_2) + b_3 \quad \dots(4)$$

$$\int \frac{1}{\omega(c)C} dc = \frac{1}{\omega_0} [d_0 \ln C + d_1 \ln(c+\beta_1) + d_2 \ln(c+\beta_2)] (\equiv F(c)) + d_3 \quad \dots(5)$$

次に、 $Kajiyura$ ⁴⁾等の渦動粘性係数の考え方を参考にしつつ $K_z(z)$ の関数形を模索した結果、現在までのところ式(6)が最良で合理的と判断された。

$$K_z(z) = K_d u_* (z) f_z \quad \dots(6) \quad \begin{cases} f_z = z_0 (\sim d) & \text{at } 0 \leq z \leq \delta \text{ (領域I)} \\ = z - \delta + z_0 & \text{at } \delta < z \text{ (領域II)} \end{cases}$$

ここで K_d は係数、 $z=0$ は不動層(粒子の移動速度 $u=0$)の上端位置である。極めて高濃度で粒子相互の擦れ合いあるいは衝突が顕著な領域Iと、個々が離散して浮遊状態にある領域IIとを区分する高さ δ は、濃度分布形状が変曲する体積濃度 $C_\delta = 0.2 \sim 0.4$ 程度を示す高さとして定義されよう。また底面摩擦速度の最大値 \hat{u}_* ではなく、高さの関数である摩擦速度 $u_*(z)$ を用いたのは、拡散現象が局所局所で定義される諸因子によって規定されると推論したことによる。なお、既往の振動流境界層理論を用いると粗度長さを別途定義しなければならず、結果の解釈を複雑にするので、ここでは一方向流下の摩擦速度 $u_*(z) = \sqrt{P_x(z-R)/\rho}$ --- (7) を準用する。ここに P_x は流下方向xの圧力勾配であり、 ρ は流体の密度、 R は水深である。式(6),(7)を式(3)へ代入し右辺の積分値を求めるとともに、式(5)の結果をまとめ、 $z=0$ で $C=1$ であることを考慮すると式(8)~式(11)が全体としての解となる。

(A) 領域Iの解

$$F(c) - \frac{2\sqrt{h-z}}{K_d \sqrt{P_x/\rho} z_0} + \gamma' = 0 \quad \dots(8) \quad \gamma' = -F(c=1) + \frac{2\sqrt{h}}{K_d \sqrt{P_x/\rho} z_0} \quad \dots(9)$$

$$\text{式(8)より} \quad z = h - \lambda'(c)^2 \quad \dots(10) \quad \lambda'(c) = K_d \sqrt{P_x/\rho} z_0 (F(c) + \gamma')/2 \quad \dots(11)$$

(B) 領域IIの解

$$F(c) + \frac{1}{K_d \sqrt{-P_x (h-\delta+z_0)/\rho}} \ln \frac{\sqrt{h-\delta+z_0} - \sqrt{h-z}}{\sqrt{h-\delta+z_0} + \sqrt{h-z}} + \gamma'' = 0 \quad \text{--- (12)}$$

$$\gamma'' = -F(c=C_\delta) - \frac{1}{K_d \sqrt{-P_x (h-\delta+z_0)/\rho}} \ln \frac{\sqrt{h-\delta+z_0} - \sqrt{h-\delta}}{\sqrt{h-\delta+z_0} + \sqrt{h-\delta}} \quad \text{--- (13)}$$

$$\text{式(12)より } z = h - \left(\frac{1 - e^{\lambda''(c)}}{1 + e^{\lambda''(c)}} \right)^2 (h - \delta + z_0) \quad \lambda''(c) = -K_d \sqrt{-P_x (h-\delta+z_0)/\rho} (F(c) + \gamma'') \quad \text{--- (14) (15)}$$

3. 速度分布の表現 ここでは渦動粘性モデルを用いて粒子の移動速度 u を求めるが、種々検討の結果、濃度変化の影響を充分加味したものであることが要求された。そこで、広い濃度範囲に亘り実験値と良く符合するとされる Eilers⁵⁾ の実驗式 $\varphi(c)$ を導入して式(16)のように渦動粘性係数 ν_e を表わす。ここに K_e は係数、 $c' = 0.65c$ である。粒子と流体は同一の水平速度 u で運動するものとし、 $u_*^2(z) = \nu_e \partial u / \partial z$ であることより式(18)を得る。そして $u_0(z=0) = 0$ の境界条件を用い、前進差分による数値計算から速度分布が容易に求められる。

$$\nu_e = K_e u_*^2(z) f_z \varphi(c) \quad \varphi(c) = [1 + 1.25c' / (1 - 1.35c')]^2 \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*(z)}{K_e f_z \varphi(c)} \quad \text{--- (16) (17) (18)}$$

4. 結語 計算例を示すと図-1と図-2の通りである。ここでは水深 $h = 20\text{cm}$ 、底質粒径 $d = 0.02\text{cm}$ の場を想定し、未定係数等は試行計算から $K_d = 5$ 、 $K_e = 0.02$ 、 $z_0 = 5d$ 、 $C_\delta = 0.3$ とした。図-1で濃度分布 C を見ると、 $C = 0.2 \sim 0.4$ で変曲する分布を示し、圧力勾配 ($-P_x$) の増加とともに高濃度層が上方に広がる様子が窺える。速度分布 u では、高濃度層が上方に及びつれ水面速度 u_{top} との比 u/u_{top} は減少し、高濃度による粘性の増大効果が良く現われている。一方、輸送量 Cu の分布は底面付近でピークを示すものの、外力の増大とともに輸送量の割合が上層域で増加することがわかる。図-2は山下²⁾ が \hat{u}_*/w_0 をパラメタとして無次元漂砂量 $\bar{\Phi}$ を表わしたもので、図-1の計算結果から求めた漂砂量は $\bar{\Phi} = 2.2 (\hat{u}_*/w_0)^3$ に対して図中でやや右よりにプロットされるが、係数値等をさらに調整することにより一致させることは可能である。以上のように、今回提案した漂砂モデルは実測されたシートフロー現象を良く説明し得るモデルであると言え、係数等をさらに合理的に与え得たならばその有用性は高いと考える。

<参考文献>

- 1) 香取完和・渡辺晃・堀川清司 (1980): 海講, pp.202~206.
- 2) 沢本正樹・山下俊彦・秋山義信 (1984): 海講, pp.376~380
- 3) 香取完和・本間 仁 (1984): 水講, pp. 641~646.
- 4) Kajiura, K. (1968): Bul. of the Earthquake Research Institute Univ. of Tokyo, Vol.46, pp.75-123
- 5) Eilers, H. (1941): Kolloid, Z.: 97, p.313.

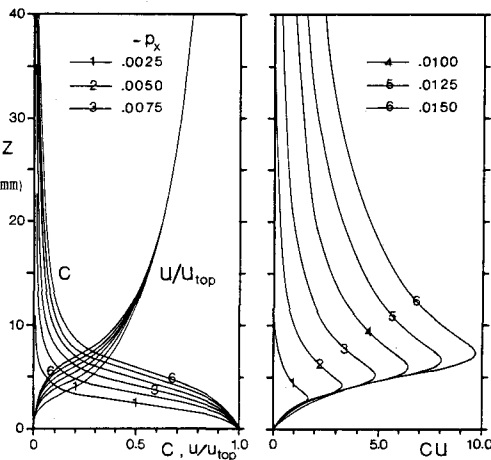


図-1 諸量の分布

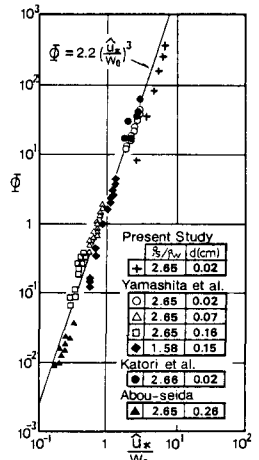


図-2 漂砂量