

II-272 任意海底地形上の非線形波動場の数値解析

清水建設(株) 正会員 大山 巧

1. はじめに

任意海底地形上の非線形波動場を解析する典型的な数値計算手法として、MAC法がある。この方法は、多くの研究者により独自の工夫が加えられ、得られる解も十分な精度を保ちうる事が確認されている¹⁾。しかし、基本的に流体領域内部に節点を配置しなければならない関係上、膨大な計算時間を要し、特に三次元波動場への拡張を考えると、必ずしも実用的な計算手法とは言いがたい。一方、著者²⁾は、同じ問題に対して境界要素法に基づく定式化を行い、従来の境界要素法に対する精度面、実用面での改善効果を一定水深場での数値解析結果をもとに示した。本報では、前報で提案した解析手法の、海底地形による波の変形の問題への適用性を論じるとともに、計算時間の観点からMAC法との比較をする。

2. 理論概要²⁾

図-1のように座標系を定義し、境界要素法に基づいて定式化する。ただし、流体は非圧縮、非粘性流体とし、流体運動は非回転とする。このとき、速度ポテンシャル ϕ が調和関数であることから、領域 Ω に関してグリーンの公式を適用し、海底面、壁面の不透過条件、自由表面の運動学的条件を代入する。この際、造波境界 Sc 上の水平水粒子速度として孤立波の第三次近似解³⁾を与えることにより、波を発生させる。また、自由表面の力学的条件については重みつき残差法を用いる。そして、これにより得られた境界積分方程式を線形要素を用いて空間的に離散化する。さらに、自由表面上の節点は時間的に鉛直方向に変動するものとし、境界面上の ϕ 、水面変動量 η 、およびそれらの時間偏微分値 ϕ_t 、 η_t を1時間ステップ前の値のまわりでテイラー展開することにより時間的に離散化する。ここで重要なことは、自由表面上節点の ϕ 、 ϕ_t をテイラー展開するときには、節点の空間的な変動量を考慮する必要があるということである。すなわち、 ϕ 、 ϕ_t については時間と位置変動に関する2変数について展開し、その際現れる非線形項も考慮する。これが、従来の境界要素法に基づく解析法と最も異なる点であり、また本解析法で計算精度の向上を図ることができた最大の理由である。そして、最終的に ϕ 、 η の1時間ステップあたりの増分 $\Delta\phi$ 、 $\Delta\eta$ を未知数とする連立方程式を導き、これを水面形状が収束するまで各時間ステップで解くことにより流体運動を追跡する。

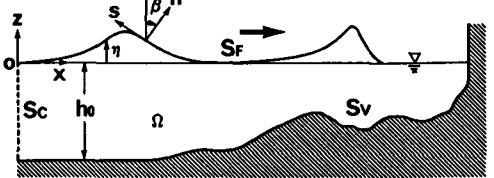
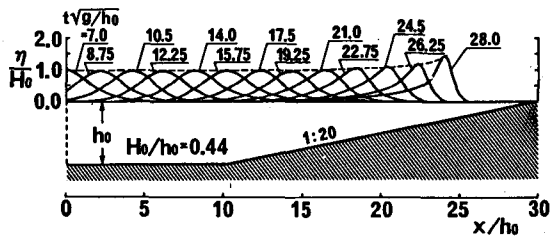


図-1 座標系の定義

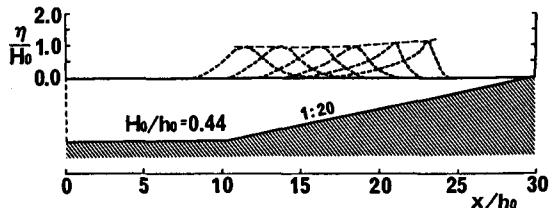
図-2 (a)は、本解析法による計算結果を示している。図中、 $H_0/h_0=0.44$ 、 $1:20$ の斜面による孤立波の変形を示している。図中、 H_0 は波高、 h_0 は水深を示している。図中、 η/H_0 は水面変動量を示している。図中、 x/h_0 は水平位置を示している。図中、 $t\sqrt{g/h_0}$ は時間を示している。図中、 η/H_0 の値は、7.0, 8.75, 10.5, 12.25, 14.0, 15.75, 17.5, 19.25, 21.0, 22.75, 24.5, 26.25, 28.0と示されている。



(a) 数値計算結果

3. 数値計算例

(1) 一様勾配斜面による孤立波の変形 長尾ら⁴⁾は勾配1/20の斜面による孤立波の変形を、大アーセル数に対する非線形分散波理論に基づき、MAC法を用いて数値解析し、水理実験と比較している。そして、波高水深比の大きい場合でも精度良い計算結果が得られることを示している。図-2 (a)は、長尾らの実験と同じ条件に対する本解析法による計算結果、(b)は長尾らの実験結果を示したものである。図中、 H_0 は



(b) 実験結果⁴⁾

図-2 一様斜面による孤立波の変形

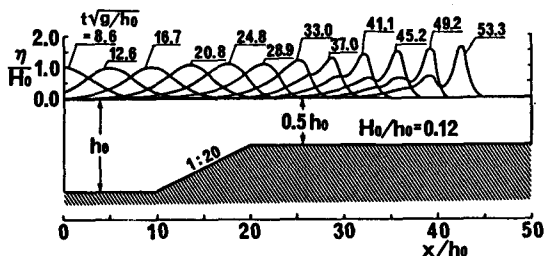
初期波高を表す。計算における離散化パラメータは、時間的には $\Delta t\sqrt{g/h_0}=0.35$ 、また空間的には、 $\Delta x/h_0=0.67(0.0\leq x/h_0\leq 20.0)$ 、 $0.50(20.0\leq x/h_0\leq 30.0)$ とした。ただし、 Δt は時間増分量、 Δx は自由表面上の x 方向節点距離である。波が斜面上を伝播するに従い波の前面が背面に比べて急しゅんになり、波高が徐々に大きくなる様子が、計算結果、実験結果の両方からうかがえる。実験波形の時間間隔がわからないので、波形に関して直接両者の比較はできないが、波高の包絡線から計算結果は実験結果と良く対応しているものと言えよう。このことは、本計算結果が非線形分散波理論による結果と同等な精度を有していることを示唆するものである。

(2) 浅瀬に乗り上がる孤立波 図-3は、孤立波が勾配1/20の斜面を伝播し、さらに浅水深部で分裂する様子をシミュレートしたもので、(a)は空間波形を、(b)は時間波形を示している。ただし、 $\Delta t\sqrt{g/h_0}$ は0.407、 $\Delta x/h_0$ は1.17($0.0\leq x/h_0\leq 4.67$)、0.96($4.67\leq x/h_0\leq 20.0$)、0.79($20.0\leq x/h_0\leq 50.0$)とした。また、空間波形についてはStreetら⁵⁾の実験値、Madsenら⁶⁾の特性曲線法による計算値、藤間ら⁷⁾のMAC法による計算値も比較のため示してある。波が浅水深部に入射するまで($x/h_0=4.67, 20.0$)は、実験値と各計算値に顕著な差が見られないが、 $x/h_0=31.67$ の結果より、Madsenらの計算では、浅水深上で実験よりも早く波が分裂しているのがわかる。また、本計算結果における第1波めの波高は、Madsenらと藤間らの結果の中間にあるが、第1波めの背面以降は藤間らの結果とほとんど一致している。実験における摩擦の影響および初期波形の理論との相違による影響がどの程度かわからないので、計算精度を厳密に評価することは難しいが、本計算値はMAC法による結果と近いことから、ほぼ妥当なものであると推察できる。最後に、計算時間について触れたい。本計算に要したCPUタイムは、図-2の場合約11分、図-3の場合約33分(いずれもIBM3081使用)であった。これに対してMAC法では図-2に対して約30分⁴⁾、図-3に対して約9時間30分(ACOS-1000使用)⁷⁾である。このことから、境界型の解析法である本手法が、領域型の解析法であるMAC法に比べてより実用的な数値解析法であることがわかる。そして、三次元の非線形波動場へ拡張する場合には、さらに有利になるものと考えられる。

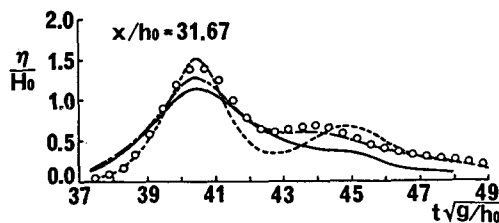
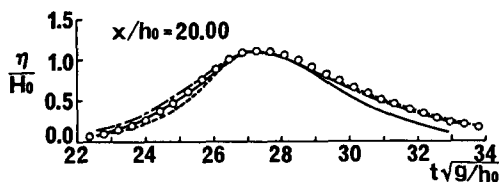
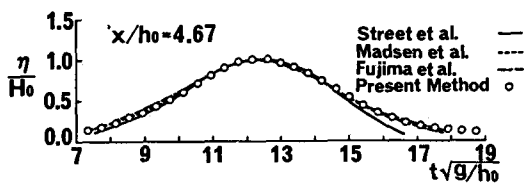
4. おわりに

一様勾配斜面による孤立波の変形および浅瀬上での波の分裂に関する数値計算結果に基づいて、任意海底地形上の非線形波動場に対する本解析法の適用性を論じた。そして、本解析法が十分な精度を確保でき、実用的にも優れた解析法であることを示した。

[参考文献] 1)例えば、R.K.-C.Chan, R.L.Street: A computer study of finite-amplitude water waves, J.Computat.Phys., No.6, pp.68-94, 1970. 2)大山 巧: 境界要素法による非線形孤立波の反射および作用波力の解析, 第32回海講論文集, pp.555-559, 1985. 3)J.Fenton: A ninth-order solution for the solitary wave, J.F.M., Vol.53, pp.257-271, 1972. 4)長尾昌朋, 後藤智明, 首藤伸夫: 非線形分散波の数値計算, 第32回海講論文集, pp.114-118, 1985. 5)R.L.Street, S.J.Burges, P.W.Whitford: Dept. Civ. Eng., Stanford Univ. Tech. Rep. No.93, 1968. 6)O.S.Madsen, C.C.Mei: The transformation of a solitary wave over an uneven bottom, J.F.M., Vol.39, pp.781-791, 1969. 7)藤間功司, 後藤智明, 首藤伸夫: 非線形分散波の数値的な検討, 第31回海講論文集, pp.93-97, 1984.



(a) 空間波形



(b) 時間波形

図-3 浅瀬上での孤立波の分裂