

II-269 放物型方程式を用いた波の屈折・回折・碎波変形の計算法

横浜国立大学工学研究科	学生員 ○杉浦 淳
横浜国立大学工学部	正員 泉宮 尊司
横浜国立大学工学部	正員 磯部 雅彦

1. はじめに Radder(1978)によって導びかれた放物型方程式は、波の屈折・回折を比較的精度よく計算することができるが、碎波領域に対しては適用することができない。そこで本研究では、泉宮・掘川(1983)が導いた波のエネルギー方程式の逸散項を放物型方程式に加えることによって碎波領域においても波動場の計算ができるようにした。そして、より精度良く波高を求めるために放物型方程式によって求められたエネルギーをもとに波の有限振幅性を考慮し波高の換算を行った。また、数値計算の適用性を調べるために、波高の計算値と実測値との比較を行った。

2. 数値計算の方法

(1) 基礎方程式 エネルギー減衰項を含む緩勾配方程式は、Dalrympleら(1984)によって次のように与えられている。 $\nabla \cdot \{ C C g \nabla \hat{\Phi} \} + \{ k^2 C C g + i \omega f_0 \} \hat{\Phi} = 0 \dots \dots \dots \quad (1)$ ここに、 $\hat{\Phi}$: 複素水面変動振幅、 $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y})$ 、 C は波速、 C_g は群速度、 k は波数、 ω は角周波数、 i は虚数単位であり、 f_0 は単位面積、単位時間あたりのエネルギー逸散率を表す係数である。緩勾配方程式 (1) は、Radderの方法により速度ポテンシャルを進行波成分と逆行波成分とに分離し、逆行波成分を無視することにより次のような放物型方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 \hat{\Phi}}{\partial y^2} + 2ikx \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial y} + i \left\{ \frac{\partial kx}{\partial x} + (k_x^2 + k_y^2) + \frac{i\omega f_0}{CC_g} \right\} \hat{\Phi} = 0 \dots \dots \quad (2), \text{ ここに } \hat{\Phi} = \frac{\hat{\Phi}}{\sqrt{CC_g}}$$

式 (2) は、初期条件と両側面の境界条件 $\partial \hat{\Phi} / \partial y = ik \sin \theta$ (θ : 波向角) $\dots \dots \dots \quad (3)$ を与えれば Crank-Nicolson の差分式により容易に求めることができる。

(2) エネルギー逸散項 泉宮・掘川による碎波帶内におけるエネルギー逸散率のうち、底面摩擦によるエネルギー逸散は、碎波の乱れによるエネルギー逸散率に比べて微少であるので無視すると、エネルギー逸散係数 f_0 は、

$$f_0 = Y_B \theta \left(\frac{g}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{d^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{2C_g}{C} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} |\hat{\Phi}| \dots \dots \quad (4)$$

と決定される。ここに、 $Y_B \theta = \beta_0 \left(\frac{1}{2} \frac{|\hat{\Phi}|^2}{d^2} - 0.009 \right)^{\frac{1}{2}}$, ($\beta_0 = 1.80$) , d : 水深 である。

(3) 碎波条件 屈折・回折・反射が起きる場においても碎波点を精度良く決定できるように本研究では、碎波指標として流速・波速比を用いた渡辺(1983)の方法を採用した。すなわち、合田の碎波指標による碎波限界流速・波速比の近似式を求めておき、その値を放物型方程式により順次計算される流速・波速比と比較することにより碎波点を決定した。

(4) 波高の換算 微少振幅波理論を用いた場合でもエネルギーは比較的精度良く計算することができる。本研究では放物型方程式により計算されるエネルギーを用いて碎波帶内外の波高を換算した。碎波帶外では、クノイド波の第1次近似解を用いてエネルギーより波高を求めた。すなわち、実効波高を $H^* = \rho g H^* / 8$,

(ここに、 E : エネルギー、 ρ : 水の密度、 g : 重力加速度) で定義すると、実際の波高は

$$H = H^* \sqrt{1/8 f_0}$$

ここに、 $f_0 = -\mu^2 + \frac{2}{3} (1+2\lambda) \mu - \frac{\lambda}{3} (1+\lambda)$, $\lambda = \frac{1-k_e^2}{k_e^2}$, $\mu = \frac{E e}{k_e^2 + k_e}$ K_e および E_e はそれぞれ第1種および第2種の完全梢円積分である。碎波帶内においては、永山の実験結果をもとに、 $H = 1.25 H^*$ なる関係を用いて波高を求めた。

(5) 数値計算の手順 初期条件をもとに沖側より順次解を求めていく。各計算ステップごとに上述の碎波条件を用いて碎波の有無を判別し、波高の換算を行う。碎波点より岸側では、エネルギー逸散項を付加して計算を行う。

3. 実測値と計算値との比較 図-1に示すように平面水槽の一様勾配斜面上に突堤を設置し、その周辺での波高を測定した。波高的実測値と計算値との比較を図-2～図-6に示す。図-2は、計算領域の平面図であり、△は、本計算法によって求められた碎波点である。また図-3～図-6は、図-2の実線で示した線分における波高的断面図を示している。ここで図中の白丸○は、実測値を、また実線——は、微小振幅波理論による波高を、破線---は換算された波高を示している。これらの図より実測値と計算値とには、多少のばらつきが見られるものの、本計算法により波の回折・碎波変形を比較的精度良く計算できることがわかる。また反射領域においても突堤の傾きが小さいので実測値と計算値との一致は、比較的良好である。

4. 結論 微小振幅波理論にもとづく放物型方程式により求めらるエネルギーを用いて波高の換算を行う本計算法により、波の屈折・回折、ならびに碎波変形を比較的精度良く計算できることがわかった。最後に実験を行ってくれた古池君達、卒論生の皆さんに感謝致します。

参考文献 (1) 泉宮、堀川(1983):碎波帶における波のエネルギー方程式のモデリング、第30回海講論文集

(2) 磯部(1986):放物型方程式を用いた不規則波の屈折、回折、碎波変形の計算法、第33回海講論文集

(3) 渡辺他、(1983):重合した波浪場における碎波について、第30回海講論文集

(4) Dalrymple,R.A., Wave diffraction due to areas of energy dissipation

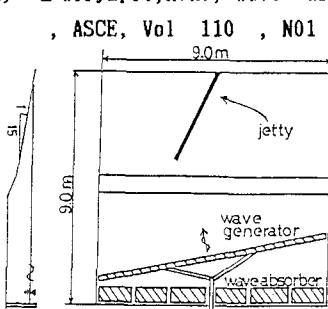


図-1 平面水槽

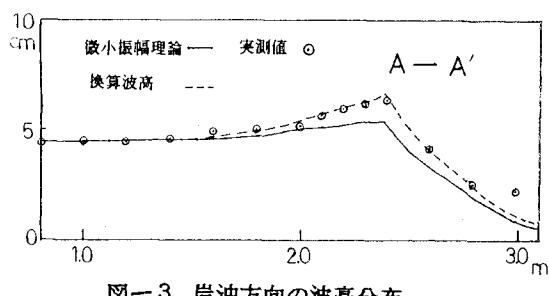


図-3 岸沖方向の波高分布

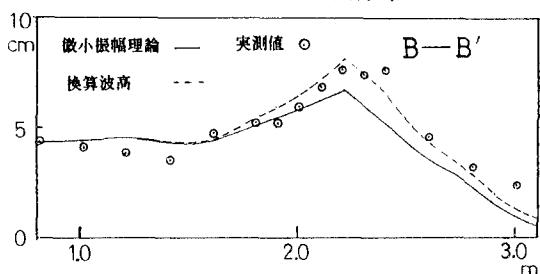


図-4 岸沖方向の波高分布

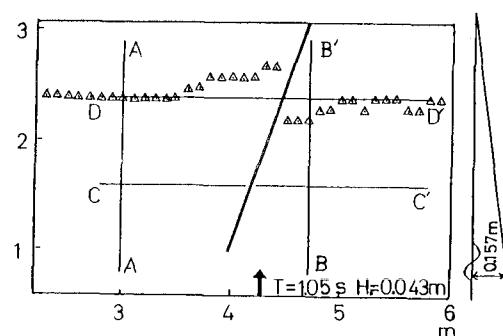


図-2 本計算法によって求められた碎波点

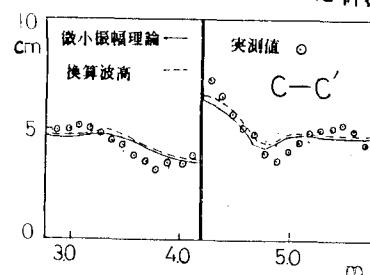


図-5 沿岸方向の波高分布

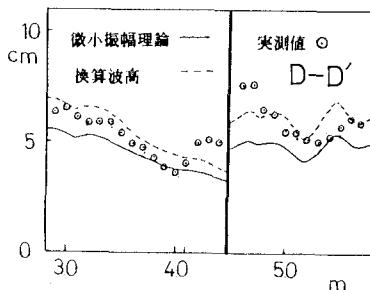


図-6 沿岸方向の波高分布