

II-265 斜面上への波の遡上に対する有限要素解析

中央大学 学生員 五百木 伸洋  
中央大学 正員 川原 睦人

1. はじめに

波の遡上問題の解析は工学的に非常に重要であり、これまでその問題に対する研究は数多く行なわれている。しかし、あまりにも複雑な現象であるためにそのほとんどが1次元問題の取り扱いのみにとどまっているというのが現状である。そこで、本研究はこの問題に有限要素法を適用し解析を2次元に拡張することを目的とする。

有限要素法を適用する場合問題となる点は、移動境界となる汀線の取り扱い方法である。本研究ではこの点に対し本手法独自の自動要素分割法を開発し、時々刻々と変化する解析領域への対応を試みている。

本報では、いくつかの数値解析例を示し、本手法の有効性について報告する。

2. 有限要素法の適用

ここで取り扱う流体は、非圧縮、非粘性とし、解析領域は2次元水平面、支配方程式には浅海長波方程式を用いる。

$$\dot{u}_i + U_j u_{i,j} + g \eta_{,i} + f(u \cos \alpha)_i = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\eta} + \{U_i (h + \eta)\}_{,i} = 0 \quad (2)$$

支配方程式(1),(2)の有限要素法への定式化において、空間方向には三角形1次要素を用いて領域を離散化し、時間方向には2段階陽的解法を用いて離散化を行う。

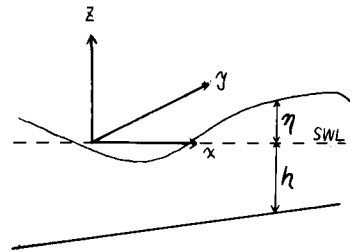


図-2 座標系

3. 汀線移動方法

本手法では初期の有限要素分割を静水面のみに行なっておく。そして、汀線移動は境界上の節点の移動により表現する。その移動は節点の流速、加速度を用いて行なわれる。汀線上の節点の流速を $U_i$ とすると、その節点の加速度 $Q_i$ を次式により求める。

$$Q_i = \dot{U}_i + U_j U_{i,j} \quad (3)$$

そして、 $\Delta t$ 秒間の汀線移動距離 $S_i$ を次式により求める。

$$S_i = U_i \Delta t + \frac{1}{2} Q_i (\Delta t)^2 \quad (4)$$

以上のように本手法では境界上の節点の移動により汀線を表現するために有限要素分割が常時解析領域と一致し、従来2段階陽的解法をそのまま用いることが出来るという利点がある。しかしその一方で、境界上の節点の移動により、その節点を含む要素の面積が時間依存になるという問題が生じてくる。そこで本研究では、この問題に対し独自の自動要素分割法を開発した。

この方法は図-3に示すように、ある程度大きくなった要素を再分割し、その逆に、小さくなった要素を取り除くというものである。この

操作をいくつかのケースに分けて行うことにより、要素の面積をある程度一定に保ちながら汀線移動を表現することが可能になると考えられる。

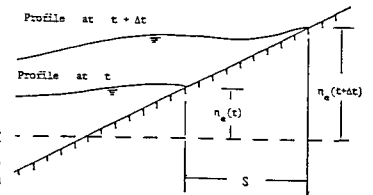


図-2 汀線移動



図-3 自動要素分割法の1例

#### 4. 数値解析例

今回、本手法の2次元解析に対する有効性を検討するために図-4に示すような実際の地形に本手法を適用した。この地形は秋田県の水沢川河口付近をモデル化したものである。解析に用いた境界条件は下記に示す通りである。

$$\eta = 2.0 \sin(2\pi t / 600.0) \text{ m}$$

$$U = \eta \sqrt{\frac{g}{h+\eta}} \text{ m/s} \quad \text{on B-C}$$

$$U_i n_i = 0 \quad \text{on A-B, C-D}$$

$$\eta = -h \quad \text{at shoreline}$$

微小時間増分量 0.07 (sec)

ラング混合比 運動方程式 0.8

連続の式 0.8

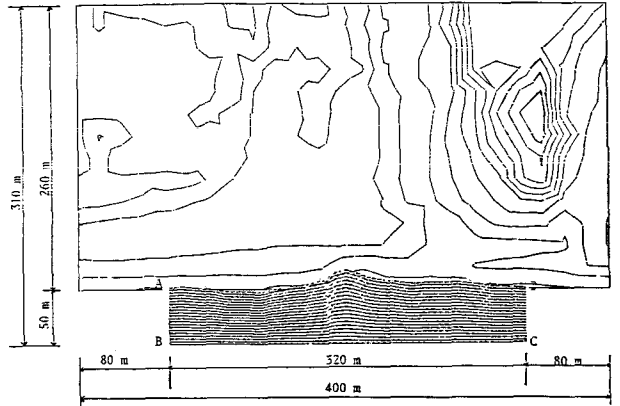


図-4 有限要素分割図(水沢川河口付近)

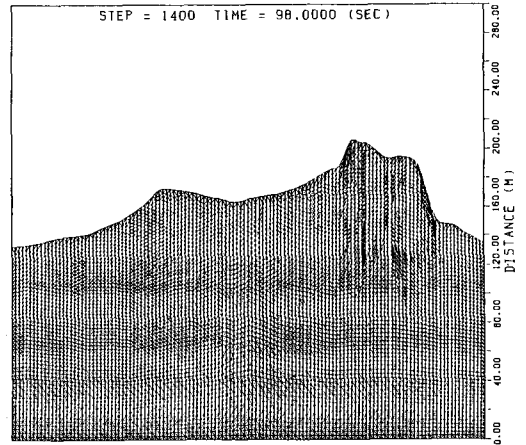
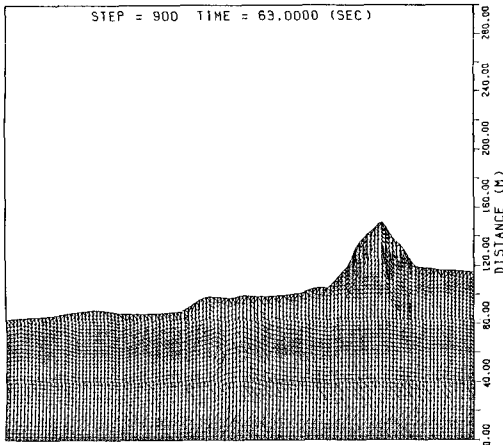


図-5 彼の面上に伴う自動要素分割

#### 5. おわりに

今回の数値解析により、本手法の有効性を確認することが出来た。今後は、理論的な面を検討していくつもりである。また、本プログラムの計算時間の短縮についても検討していくつもりである。

#### 6. 参考文献

- 1) 五百木・川原：斜面上への彼の面上に対する有限要素法解析，日本科学技術連盟主催，第6回，流れの有限要素法解析シンポジウム，1985，PP 119-126
- 2) T.C. Gopalakrishnan and C.C. Tung: Numerical analysis of a moving boundary problem in coastal hydrodynamics, Int. J. Num. Meth. Fluid, 3, 179-200 (1983)