

II-262 二段階陽的有限要素法による河床変動解析

中央大学 学生員 ○梅津 剛
中央大学 正員 川原 睦人

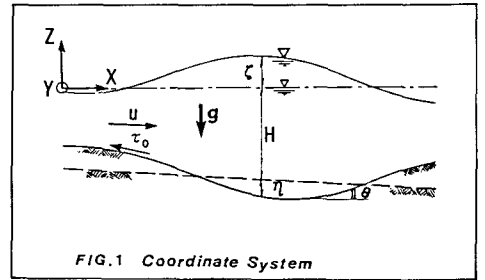
1. はじめに

貯水池やダムにおける土砂の堆積は、貯水量を減少させるばかりでなく、上流域の河床上昇や下流域の河床低下などの多くの問題の原因となっている。又、河川における大規模な河床変動は、治水・利水計画に大きな影響を及ぼすものである。本論ではこれらの問題に対し、数値解析による検討を行うことを目標とするものである。

解析手法として二段階陽的有限要素法を用い、河川の流れと河床変動の連成問題として、非定常解析を行う。

2. 支配方程式

座標系を図1の様に定め、河水は非圧縮とし、静水圧の仮定により、浅水長波方程式を導く。河床勾配の考慮として重力の分配を行い、滑動粘性力と底面摩擦力を考慮する。解析のための河川の流れの運動方程式と連続式は、次式を用いる。



$$M_i + (u_j M_i)_{,j} - A_i (M_{i,j} + M_{j,i})_{,j} + \frac{g}{2} \cos \theta \cos \phi (H + \xi)^2_{,i} = g \theta_i (H + \xi) - f u_i \quad (1)$$

$$\dot{\xi} + M_{i,i} = 0 \quad (2)$$

河床変動は、次の土砂の連続式を用いる。

$$\dot{\zeta} + \tau = \tau \delta_{i,i} = 0 \quad (3)$$

ここに、 ξ は水深変動量で、水位変動量 ζ 、河床変動量 ζ により、次式の関係がある。

$$\xi = \zeta - \zeta \quad (4)$$

M_i は流量で、流速 u と水深 $(H + \xi)$ を掛けたものである。

$$M_i = (H + \xi) \cdot u_i \quad (5)$$

θ, ϕ は、 x, y 方向の河床の水平面との角度である。

$$\theta_i ; \theta_1 = \sin \theta, \theta_2 = \sin \phi \quad (6)$$

A_i は滑動粘性係数、 f は底面摩擦係数で、シェジ-数を C として、次式で表わす。

$$f = g/c^2 \sqrt{u_i u_i} \quad (7)$$

式(3)における λ は砂の間隙率である。又、 δ は、掃流砂量で、本論においては、河床を構成する材料は非粘着性の掃流砂量のみを取り扱うこととし、浮流砂は含めないものとする。掃流砂量式は、掃流力論的な考えを適用し、次のメイヤー・ピューター・ミュラーの式を用いる。

$$\delta = 8 \sqrt{g w} \cdot \frac{1}{w_s - w} (\tau_0 - \tau_c) \quad (8)$$

ここに、 w_s, w は土砂、水の単位体積重量、 τ_0 は掃流力、限界掃流力である。

$$\tau_0 = w/c^2 \sqrt{u_i u_i} \quad (9)$$

$$\tau_c = \alpha (w_s - w) \cdot d_m \quad (10)$$

ここに、 α はシールズ・パラメタ、 d_m は流砂量の平均粒径である。

3. 有限要素法の適用

二次元平面内に領域を置き有限要素に分割する。空間方向の離散化はガラ-キン法を用い重み付き残差方程式を導き、時間方向の離散化には、多要素の解析に有効な、次式で表わされる二段階陽的法を用いる。

1st step

$$\bar{A}_{\alpha\beta} M_{\beta i}^{n+\frac{1}{2}} = \bar{A}_{\alpha\beta} M_{\beta i}^n - \frac{\Delta t}{2} [F_1(M_i, \xi)^n] \quad (11)$$

$$\bar{A}_{\alpha\beta} \xi_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} = \bar{A}_{\alpha\beta} \xi_{\beta}^n - \frac{\Delta t}{2} [F_2(M_i)^n] \quad (12)$$

$$\bar{A}_{\alpha\beta} \tau_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} = \bar{A}_{\alpha\beta} \tau_{\beta}^n - \frac{\Delta t}{2} [F_3(\delta_i)^n] \quad (13)$$

2nd step

$$\bar{A}_{\alpha\beta} M_{\beta i}^{n+1} = \bar{A}_{\alpha\beta} M_{\beta i}^n - \Delta t [F_1(M_i, \xi)^{n+\frac{1}{2}}] \quad (14)$$

$$\bar{A}_{\alpha\beta} \xi_{\beta}^{n+1} = \bar{A}_{\alpha\beta} \xi_{\beta}^n - \Delta t [F_2(M_i)^{n+\frac{1}{2}}] \quad (15)$$

$$\bar{A}_{\alpha\beta} \tau_{\beta}^{n+1} = \bar{A}_{\alpha\beta} \tau_{\beta}^n - \Delta t [F_3(\delta_i)^{n+\frac{1}{2}}] \quad (16)$$

$$\bar{A}_{\alpha\beta} = e \bar{A}_{\alpha\beta} + (1-e) A_{\alpha\beta} \quad (17)$$

ここに、 e はランピング・パラメタである。

4. 数値解析例

本紙においては、図2の様なモデルによる数値シミュレーションを紹介する。初期条件として、 $H=0.3m$ 、 $\lambda = \frac{U}{\omega} = \frac{1.2}{1000}$ を与え、境界条件として、上流側A-Bに $U_{max} = 1.2 m/sec$ の放物流、水路壁は $u_i = 0$ 、下流側E-Fに $\psi = 0$ を与えた。初めの800stepは、流れのみの解析を行ない、流速が定常となった後、河床変動解析を行なった。図3・図4は充分計算が進んだ3200step後の流速ベクトル図と水位コンター図である。図5は、その時の河床の三次元図である。流速分布に対応した、河床変動態形が見られる。例えば、C点においては、急拡による偏流のための洗掘現象が生じ、拡幅後は流速の分散によって堆砂している。急縮となるD-Jにおいては再び流速は回復し、

外側に向けて深い洗掘となっている。死水域となるO点とH点周辺に、特にめだつ堆砂を見ないが、これは本解析が掃流砂のみを対象としているためであると思われる。この解析は、単なるテストケースであるが、今後、解の精度を高め、実河川の解析に適用してゆく考えである。

FIG.2 FINITE ELEMENT IDEALIZATION
TOTAL NUMBER OF ELEMENT = 3969
TOTAL NUMBER OF NODE = 2101

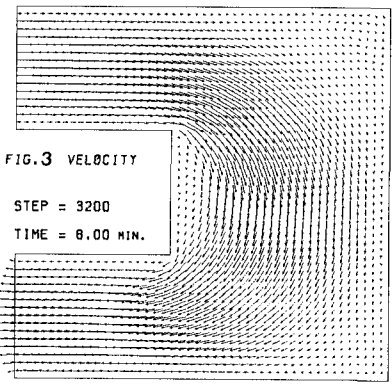
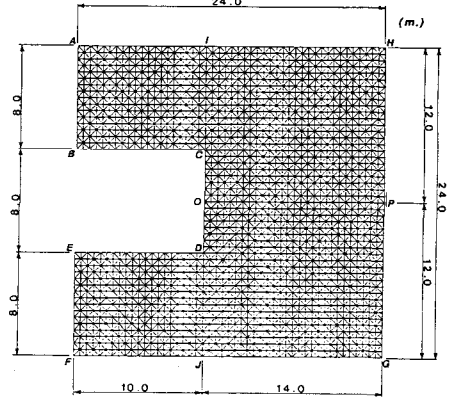


FIG.3 VELOCITY
STEP = 3200
TIME = 8.00 MIN.

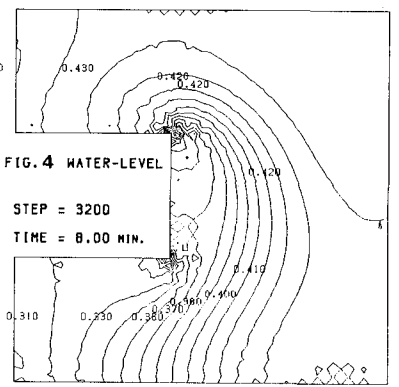


FIG.4 WATER-LEVEL
STEP = 3200
TIME = 8.00 MIN.

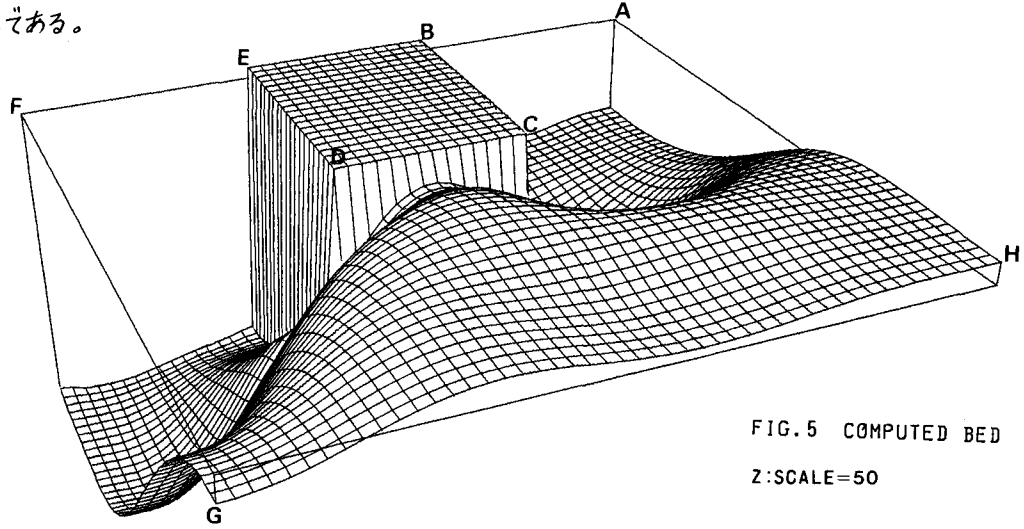


FIG.5 COMPUTED BED
Z:SCALE=50

~参考文献~

- 1) Kawahara, M. and T. Umetsu: "Finite Element Method of Moving Boundary Problem for River Flow", *Int. J. Num. Meth. Fluid.*, Vol. 6, 1986
- 2) Kawahara, M. and T. Umetsu "Two Step Explicit Finite Element Method for Sediment Transport", *Third-International Symposium on River Sedimentation, Jackson, 1986.*