II-253　閉水域における風成流解析への境界要素法の適用

京都大学大学院　学生員　福本育央
京都大学工学部　正員　岩佐義朗
京都大学工学部　正員　多田彰秀
建設省　正員　泊宏

1.はじめに：　近年，閉水域において富栄養化など水質の悪化が社会問題となっており，水域の流れ特性に関する研究が進められている。本報は，閉水域における種々の風成流解析モデルの中から非定常項を考慮したエクマンタイプモデルを取り上げ，境界要素法を用いた数値解析手法を提案するとともに，諏訪湖へ適用してその有効性・妥当性について考察するものである。

2.基礎方程式及び離散化：　エクマンタイプモデルを用いるにあたり次の仮定を設ける。①水域は浅く，水温は一定で流れは非定常とする。②非線形項及び水平渦動粘性項は無視する。③鉛直渦動粘性係数を鉛直方向に一定とする。この時の基礎方程式[1]及び境界条件は次のようになる。尚，記号は慣用に従っている。

基礎方程式：

$$\frac{\partial u}{\partial t}-fv=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+A_v\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1) \qquad \frac{\partial v}{\partial t}+fu=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+A_v\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2)$$

$$g=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \quad (3) \qquad \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad (4)$$

境界条件　：水面 $z=0$ で $A_v\frac{\partial u}{\partial z}=\tau_x,\ A_v\frac{\partial v}{\partial z}=\tau_y$　水底 $z=-h$ で $u=v=w=0$

ここに，τ_x,τ_y は風による水面せん断応力を水の密度で割った x,y 成分である。定式化に際して，まず基礎式をLaplace変換する（$\tilde{u}=\int_0^\infty u e^{-st}dt$）。次に，Laplace変換された基礎式を $\tilde{u},\tilde{v}$ について解くとともに，(5)式で示される平均流速 $\bar{u},\bar{v}$ を求める。さらに，(6)式で定義される流れ関数 ψ を導入して整理すれば，(7)式が誘導される。

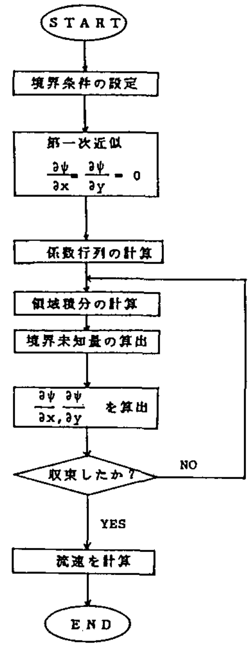
$$\bar{u}=\frac{1}{h}\int_{-h}^{0}\tilde{u}\,dz,\quad \bar{v}=\frac{1}{h}\int_{-h}^{0}\tilde{v}\,dz \quad (5) \qquad \bar{u}=-\frac{1}{h}\frac{\partial\psi}{\partial y},\quad \bar{v}=\frac{1}{h}\frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2\psi_*}{\partial x_*^2}+\frac{\partial^2\psi_*}{\partial y_*^2}=A(x_*,y_*;s)\frac{\partial\psi_*}{\partial x_*}+B(x_*,y_*;s)\frac{\partial\psi_*}{\partial y_*}+C(x_*,y_*;s) \quad (7)$$

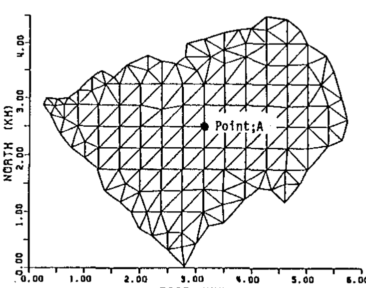
ここに，添字＊は無次元変数を示している。上式の離散化では，右辺を既知項と仮定してbと置き，二次元Laplace方程式の基本解 $\psi^*=\frac{1}{2\pi}\ln\frac{1}{r}$ を用いることにより次式を得る。

$$C^i\psi^i+\int_\Omega b\psi^* d\Omega+\oint_\Gamma \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial n}d\Gamma=\oint_\Gamma \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial n}d\Gamma \quad (8)$$

ただし，C^i は領域内部で1，境界上で $1-\frac{\theta}{2\pi}$ である。(8)式を図－1に示すフローチャートに基づき収束するまで繰返し計算を行う。以上のようにして得られる ψ 及び $\bar{u},\bar{v}$ をLaplace逆変換を行うことによって任意の時刻における流速を求めることができる。Laplace変換のパラメータSの取り方やLaplace逆変換の方法はShapery[2]に従った。



図－1　解析フローチャート

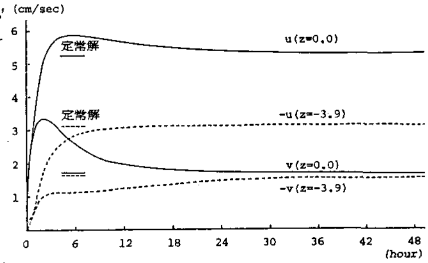


図－2　境界要素メッシュ

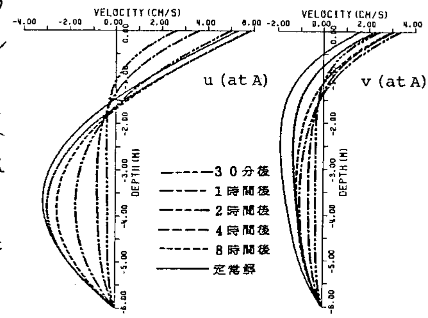
3.数値解析例と考察：　過去の現地観測より，諏訪湖では以下のことが明らかにされている。①年間を通じてほとんど成層化しない。②流れは吹送流が卓越している。③風は一年を通じてほぼ2～3（m/sec）程度のものでそれによって生じる流れは緩やかである。従って，本報で提案する数値解析手法の適用は可能だと考えられる。

計算条件；地形データ，水理条件及び解析メッシュは，富所[3]が有限要素法を用いて行った定常流解析の場合と同一のものを採用した。①離散化要素；図－2に示すような49個の境界要素と231個の内部要素を用いる。②初期条件；湖は静止しているものとする。③境界条件；河川からの流出入量は小さいので無視し，全湖岸で $\psi=0$ を与えDirichlet問題とする。④風の条件；$t=0$ から南西の風3.0（m/s）が一様に吹き続けるものとする。

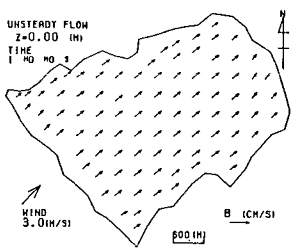
図－3は、湖中央部A点（図－2参照）での表面及び水面下3.9 mにおける u, v の時間的変化を示したものである。また、図－4は、A点での $t=0.5, 1, 2, 4$ 及び8（hour）における u, v の鉛直分布である。両図より、風が吹き始めると流速成分は次第に大きくなるものの、$t=8$（hour）を過ぎる頃から変化も小さくなり定常解に漸近していくのが確認される。尚、両図中の定常解とは、泊ら[4]が同じ条件の下で行った境界要素法による定常流解析結果である。さらに図－5, 6及び7は、$t=1, 4$ 及び8（hour）における表面流速ベクトルを示したものである。これらの図より、はじめ風と同じ北東を向いていた流速ベクトルは、時間とともにその大きさを増しながら時計まわりにずれていき、図－8及び9に示す有限要素法[3]及び境界要素法[4]による定常流解析結果とほぼ一致しているのが認められる。浮子による漂流観測結果[3]によれば、表面流速の大きさは風速の2～3％であること、その向きはコリオリ力の影響で風下よりやや時計まわりにずれていることが明らかにされており、解析結果は、これらともよく一致している。図－10は、$t=8$（hour）における水面下3.9 mの流速ベクトルを図示したものである。図－7及び図－10より、上層と下層で流れが逆転しており鉛直環流が起っているものと判断される。また、ここには示していないが、$\bar{U}, \bar{V}$ のベクトル図より水深が浅い湖岸付近では風と同じ向きに、水深が深い湖中央部では風と逆向きに流れが生じており、二つの水平環流の存在も確認されている。



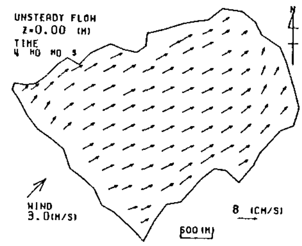
図－3　Point Aにおけるu, vの時間的変化



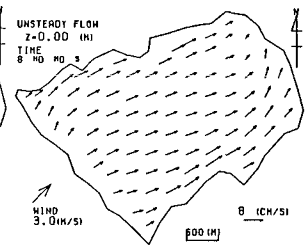
図－4　Point Aにおけるu, vの鉛直分布



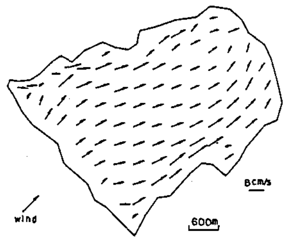
図－5　表面流速ベクトル(1時間後)



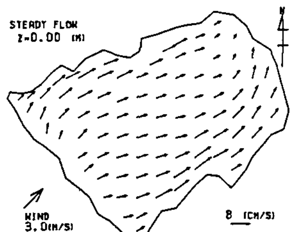
図－6　表面流速ベクトル(4時間後)



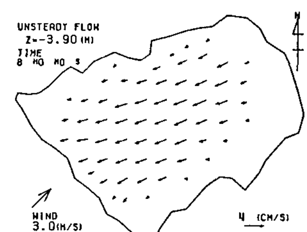
図－7　表面流速ベクトル(8時間後)



図－8　表面流速ベクトル
（有限要素法）



図－9　表面流速ベクトル
（境界要素法）



図－10　流速ベクトル
（水面下3.9 m）

4.おわりに：　以上のことから、本報で提案する境界要素法を用いた数値解析手法は、定常解析結果の再現及びコリオリ力の影響などによる湖流特性の再現を十分に可能としており、その有効性が認められた。しかし、吹送流以外の流れが卓越する場合や、非線形項を無視できないほど風速が大きい場合などに対しては、十分とは言えない。また、境界要素法を用いることにより未知量の数は大幅に減少したが、反復計算のたびに数値積分を行わねばならず、期待したほどの計算時間の短縮は見られなかった。

（参考文献）1) F.D.L.Young and J.A.Liggett;Proc.ASCE,HY2,1977,pp.109-121

2) R.A.Shapery;Proc.4th U.S.National Congress of Applied Mechanics,Vol.2,pp.1075-1085

3) 富所五郎；閉鎖水域における風成流の基礎的研究，京都大学学位論文

4) 岩佐，多田，泊　；水理学を対象とした境界要素法の適用について（その4），　昭和61度関西支部年次学術講演会概要集