II-248　　開水路流の準三次元計算法に関する基礎的研究

建設省　正員　鈴木研司
東工大　正員　石川忠晴
東工大　正員　田中昌宏

1　はじめに

本研究では任意の河道に適用しうる実用的な平面二次元流解析法の確立を念頭におき、曲がった流れで必ず発生する二次流による運動量輸送機構を組み込んだ平面二次元解析法の改良を行なった。本手法は、最終的な計算式は平面二次元的ではあるが、二次流の効果を取り込んで三次元流況をある程度表現する解が得られることから、本研究では”準三次元計算法”と呼ぶ。なお、ここでは計算手法の概略と一つの計算例を示すにとどめる。

2　基本方針

一般に平面二次元解析には、いわゆる”浅水流方程式”が用いられる。浅水流方程式は河川流が川幅に較べ水深が小さいことを利用して、基礎方程式を鉛直積分することによって求められる。しかし、通常主流と二次流の相関がないとして、移流項を簡単化するため、二次流による運動量輸送効果を取り込めない。この問題を平面二次元流解析の範囲内で改良するためには、主流と二次流の鉛直の分布形を仮定し、積分を実行する必要がある。しかし、任意形状の流れに対して、デカルト座標系や水路に沿った座標系を用いているのでは、その分布形を規定することができない。そこで、本解析では”鉛直平均流線”に沿う座標系を使用する。鉛直平均流線とは、流速ベクトルの鉛直積分をとると、主流速のみとなるベクトルの方向を連ねた線である。この鉛直平均流線に沿って座標軸を取れば、流れは流線に沿う主流成分とそれと直交する一層の交叉流の二次流で概ね表現できる（図1参照）。したがって、鉛直平均流線に沿った座標系を設定すれば、三次元流況を二次元的解析に落とすことができる。

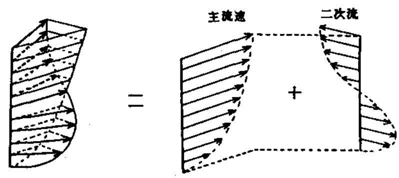


図1　流速の分解

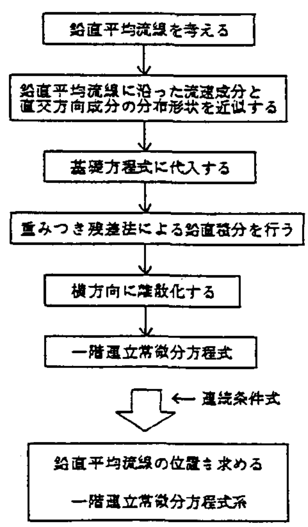


図2　計算手順

3　計算手法

以下、計算手法の手順の概略を述べる（図2参照）。

①鉛直平均流線の沿う主流速成分と、それと直交方向の二次流成分の分布形を次の様に設定する。

$$u = U(s,n) + u_0(s,n)\phi(\zeta) \tag{1}$$

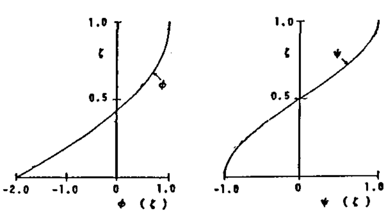
$$v = v_0(s,n)\psi(\zeta) \tag{2}$$

ここにζは河床を原点とする鉛直無次元座標である。Uは鉛直平均流速、u_0，v_0はそれぞれ主流、二次流の水面での値であり、ϕ、ψは次式で表わされる関数である。（図3参照）

$$\phi(\zeta) = -3\zeta^2 + 6\zeta - 2 \tag{3}$$

$$\psi(\zeta) = -4\zeta^3 + 6\zeta^2 - 1 \tag{4}$$

②この分布形を鉛直平均流線の方向をひとつの座標軸とする局所座標系での基礎方程式に代入し、重み付き残差法を用いて水深方向に積分し、次の様な平面二次元の運動方程式を導出する。



主流分布形　　二次流分布形

図3　流速分布形の近似関数

$$U\frac{\partial U}{\partial s} + 0.6\frac{\partial(u_0 v_0)}{\partial n} = g i_0 - g\frac{\partial h}{\partial s} - \gamma_1\frac{U^2}{h} \tag{5}$$

$$0.8u_0\frac{\partial U}{\partial s} + 0.8U\frac{\partial u_0}{\partial s} + 0.6v_0\frac{\partial U}{\partial n} + 0.6\frac{Uv_0}{r} = \frac{2}{h}(\gamma_1 U^2 - 6\gamma_2 U u_0) \tag{6}$$

$$-\frac{U^2}{r} = g i_0 - g\frac{\partial h}{\partial n} \tag{7}$$

$$\frac{17}{35}U\frac{\partial v_0}{\partial s} - 1.2\frac{Uu_0}{r} = -4.8\gamma_2\frac{Uv_0}{h} \tag{8}$$

③図４の様に変数を配置し、方程式系を横断方向に差分化して、鉛直平均流線方向の諸量の変化のみを表わす連立一階常微分方程式を誘導する。

④この段階では、鉛直平均流線の方向、すなわち座標系自体が未知であり、それらに流管内の連続条件式を加えることによって、鉛直平均流線の位置をも同時に求められる連立一階常微分方程式系が得られる。

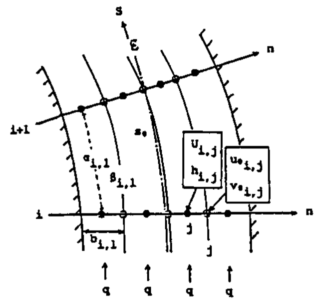


図４　変数の配置

⑤境界条件は側壁と上・下流端で与えられる。側壁ではスリップを許し、運動量出入りなしの条件を荷す。上流端では流速場のみが与えられ、下流端では水位が与えられる。本解析では、通常の一次元計算により下流端水位から上流端水位を求めることによって上流端に境界条件を集中させる。したがって、問題は初期値問題となるので、上流端から数値積分を行い、下流端水位が合うまで収束計算を行う。

基本的には、流線に沿う曲線座標系での疑似平面流解析に二次流成分の流下方向変化を表わす独立な式を組込み、流管内および隣接する流管間の力学的条件から、流線位置を求めていくことになる。

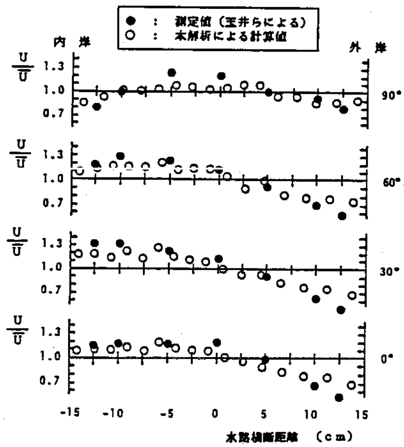


図５　主流速の横断分布

4．計算例

計算例として玉井ら[1)]が行なった連続湾曲水路での実験結果と本解析結果を比較する。

図５に水深平均の主流速の横断分布の流下方向変化を、図６に横断面内の二次流の鉛直分布の流下方向変化を示す。計算値は平面流況をよく表現しており、二次流に関しても、その流下方向変化のパターンを概ね表現している。実験結果には二次流の二層のパターンもみられる。計算値はもともと二層のパターンは表現できないが、二次流が小さくなるという対応をみせている。したがって、本解析法は二層のパターンを表わせなくとも、平面流況に及ぼす二次流の効果をよく表わしているといえる。

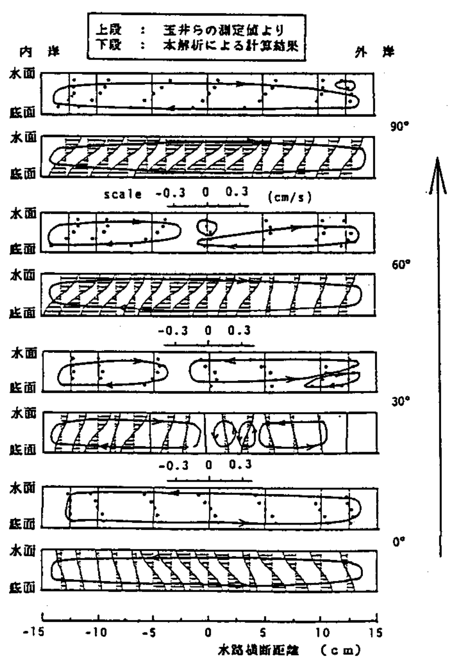


図６　二次流の流下方向変化

5．おわりに

以上の様に、鉛直平均流線に沿う座標系を用いることにより、二次流の運動量輸送効果を取り込んだ平面二次元流解析が可能となった。また、本解析手法は、原理的には、任意の平面形状（曲率、川幅）及び断面形に対応でき、将来の応用性が高いと考えられる。

参考文献

1)玉井信行・池内幸司・山崎晶：土木学会論文報告集、第331号、pp. 83～94、1983．