II-246 自由水面を考慮した開水路乱流の数値計算

京都大学工学部 正員 祢津家久
京都大学工学部 正員 中川博次

1。まえがき

乱流の数値計算手法は現在次の2つに大別される。1つは渦動粘性モデルに基づきReynolds方程式を解く手法であるが，渦動粘性を既知量として与えるのではなく，乱れの輸送式を使って方程式系を閉じらせるものであり，代表例にk-ϵモデルがある。もう1つの手法はLarge Eddy Simulation (LES)であり，計算格子以上の渦をN-S方程式で，格子以下の渦を局所等方性理論を使ってモデル化するものである。LESは，バースティングなどの組織構造を計算できるから乱流計算には画期的な手法であるが，スーパ・コンピュータを用いても数時間要し，まだ工学的レベルに達していない。[1] 一方，k-ϵモデルは1970年代に英国で開発され，比較的小計算量で管路流や境界層流さらにはより複雑な流れをも合理的に予測できるまでに発展し，係数等は標準値としてすでに確立されている。[2] Rodiらにより水理学の分野にk-ϵモデルが適用され始めたが，[2]開水路乱流の場合自由水面の取り扱いが最大の課題である。最近，Celik・Rodiは，鉛直方向の乱れ強度v'が自由水面の存在で低減する効果をモデル化したが，係数がさらに5こ必要な上に，後述する係数C_μがダクト流に比べて急減少するから物理的に疑問である。本研究は，自由水面による乱れの減衰効果をk-ϵモデルに導入し，開水路乱流の流速分布及び乱れ特性値を計算したものであり，実測値や理論値とよく一致することが示された。

2。基礎方程式系

2次元開水路乱流場の支配方程式は，Reynolds式及び乱れの輸送式を用いて次の同型の微分方程式で構成される。

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\phi U-\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\phi V-\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)=S_\phi \qquad (1)$$

ここで，ϕは輸送変数，S_ϕはこれに対応する外力項，Γは有効粘性係数であり，以下のように書き下せる。

連続式： $\phi=1$ ， $S_\phi=0$ (2)

U-方程式： $\phi=U$ ， $\Gamma=\nu_t+\nu$ ， $S_u=g(\sin\theta-dh/dx\cos\theta)-\frac{\partial}{\partial x}(P/\rho)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial U}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial V}{\partial x}\right)$ (3)

V-方程式： $\phi=V$ ， $\Gamma=\nu_t+\nu$ ， $S_v=-\frac{\partial}{\partial y}(P/\rho)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial U}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial U}{\partial y}\right)$ (4)

k（乱れエネルギー）の式： $\phi=k$ ， $\Gamma=\nu_t/\sigma_k$ ， $S_k=G-\epsilon$ (5)

ϵ（乱れの逸散率）の式： $\phi=\epsilon$ ， $\Gamma=\nu_t/\sigma_\epsilon$ ， $S_\epsilon=\frac{\epsilon}{k}(C_1G-C_2\epsilon)$ (6)

ここで，Gは乱れの発生率であり，$G\equiv\nu_t\{2((\partial U/\partial x)^2+(\partial V/\partial y)^2)+(\partial U/\partial y+\partial V/\partial x)^2\}$

σ_k, σ_ϵ, C_1, C_2はモデル定数であり，$\sigma_k=1.0$, $\sigma_\epsilon=1.3$, $C_1=1.44$, $C_2=1.92$が標準値である。[2] 渦動粘性係数ν_tは$\nu_t\equiv C_\mu\cdot k^2/\epsilon$で与えられるが，$C_\mu$の値がこのモデルでは最も重要である。標準値は$C_\mu=0.09$であり，これは，十分にレイノルズ数 Reが大きい場合に成立する。Reが小さい場合や壁面近傍では粘性が効くから，本研究では次の減衰関数を導入した。 すなわち，

$$C_\mu\equiv 0.09\,(1-0.95\cdot\exp(-R_t/250)) \;,\quad R_t\equiv k^2/\nu\epsilon \qquad (7)$$

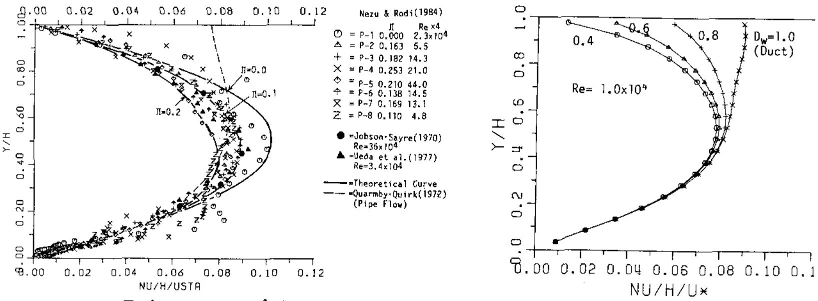
3。境界条件

(1)壁面条件： 第1格子点をy_pとすると，$y_p^+\equiv y_pU_*/\nu\geq 20$となるようにする（$y^+\lesssim 20$では$k$は減少するから，式(5)及び(6)は不可となる)。① U_pはvan Driest関数から求める，② $V_p=0$ ， ③ k_pは，平衡式$G_p=\alpha\epsilon_p$ ($\alpha\simeq 1$)から$k_p/U_*^2=(1-\partial U^+/\partial y^+)/\sqrt{\alpha C_\mu}\Big|_{y_p}$で与えられる。なお，標準形では$\partial U^+/\partial y^+\ll 1$, $\alpha=1$とするから，$k_p/U_*^2=C_\mu^{-1/2}=3.33$と一定となる。④ $\epsilon_p=(C_\mu k^2/\nu)\,\partial U^+/\partial y^+(1-\partial U^+/\partial y^+)$であり，対数則を使う標準形では$\epsilon_p=U_*^3/(\kappa y_p)$と単純になる。

(2) 自由水面条件：ダクト流では対称軸($y/h=1$)で対称条件からU_a, k_a, ϵ_aが計算される。自由水面では乱れが減衰されるから，$k_w=D_w\cdot k_a$なる減衰係数D_wを導入してk_wが与えられる。このとき，$(dU/dy)_w=(-\overline{uv})_a/\nu_t$となる。

4。計算手法

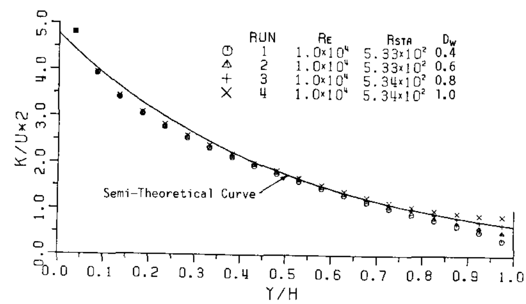
スタッガード格子を使い式(2)~(6)の5個の方程式を差分で解いた。計算手法はTEACHコードを修正したものである。x方向に水深hの52倍まで格子をとり，初期断面の流速値は対数則を使った。$x/h \geq 20$ でほぼ一定値に収束し，十分に発達した開水路等流の乱流特性が計算された[4)]。



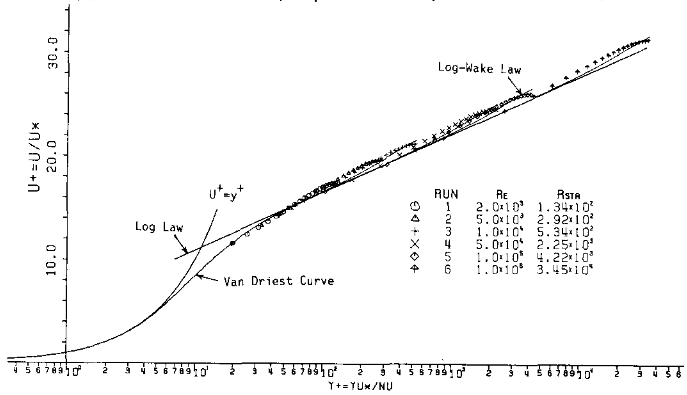
図・1 渦動粘性係数ν_tの分布（左図＝実験値，右図＝計算値）

5。自由水面の影響

図・1は，自由水面による乱れの減衰効果を検討するために，減衰係数D_wを0.4から1.0に変化させた場合の渦動粘性係数ν_tを示すものであり，左図はレーザ流速計による実測値である[5)]。ダクト流では対称軸$y/h=1$で一定値をとり，計算値と実験値はよく一致する。開水路乱流では自由水面に近づくとν_tが減少することが大きな特徴であり，これはD_wを導入することでうまく説明できる。図・2は，乱れエネルギーkに及ぼすD_wの影響である。実線は半理論曲線 $k/U_*^2 = 4.78\exp(-2y/h)$ ……(8) である。理論曲線（実験値とよく一致する）と計算値とは$D_w=0.8$のときが最も一致がよいことがわかる。



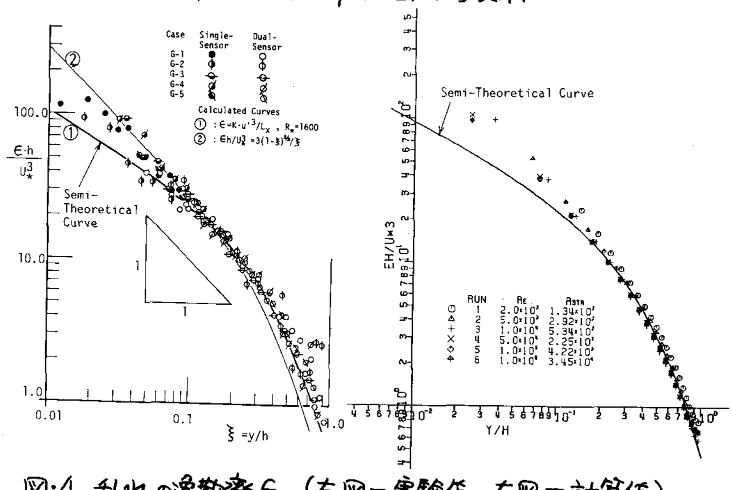
図・2 乱れエネルギーkに及ぼす自由水面の減衰効果



図・3 平均流速分布の壁法則表示

6。レイノルズ数の影響

$D_w=0.8$とおき，$Re=2000$から10^6まで変化させて計算を行った。図・3は平均流速分布Uの壁法則表示である。開水路乱流は外部領域($y/h \geq 0.2$)で厳密には対数則からずれ，Log-Wake則を適用すべきことが指摘されているが，計算値でもこの特性を良好に説明している。図・4は，逸散率εの実験値と計算値との比較である。$Re \geq 5000$では両者の一致は非常によく，また半理論曲線ともよく一致し，注目される。



図・4 乱れの逸散率ε（左図＝実験値，右図＝計算値）

〈参考文献〉1) 小林ら(1986) 東大生研報告 2) Rodi(1980), IAHR, 3) Celik・Rodi(1984) Phys. Chem. Hydro. 4) 中川・禰津(1986) 京大防災研年報 5) Nezu・Rodi(1986), ASCE