

II-238 跳水長の理論的解法

日本大学工学部 正員 安田 禎 輔

まえがき 跳水長 L_j に関しては、数多くの実験式が提案されている。しかし、これらの式による計算結果ははがなり差が生じることもある。また、跳水長に関する理論式はほとんど見当たらないが、跳水長を理論的に求めようとするには、水面形、流線、跳水区間の表面渦によるエネルギー損失や水路床の摩擦抵抗などが必要である。目下、これらの事項は必ずしも充分に解明されているとは云えなから、また、充分に妥当な仮定や現象のモデルも設けられていない。本報においては、水平水路における跳水現象を充分観察し幾つかの仮定やモデル化をはかり、跳水長 L_j を半理論的に求め実験結果と比較検討した。

1. 跳水長の理論的考察

跳水による損失水頭は

$$h_L = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4 h_1 h_2} \quad (1)$$

である。x点における微小区間 dx における損失水頭を

$$dh_L = \alpha \frac{1}{R_r} \frac{V^2}{2g} dx \quad (2)$$

と仮定する。

ここで

α : 表面渦抵抗係数

R_r : A/S_r , 開水路の径深に相当する。

S_r : 表面渦の幅で、開水路の潤辺に相当する。

したがって、 R_r は広長方形水路においては $R_r \doteq h(x)$ となる。 $\therefore h_L = \alpha \frac{g^2}{2g} \int_0^{L_j} \{h(x)\}^{-3} dx \quad (3)$

流線ABのAを頂点とする放物線とみなせば

$$h(x) = \frac{h_2 - h_1}{L_j^2} x^2 + h_1$$

となり、 $I = \int_0^{L_j} \{h(x)\}^{-3} dx$ とおけば

$$I = \left\{ \frac{3}{8} \frac{I_3}{h_1^3} L_j, \quad I_3 = \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^2 + I_2 \right\} \right. \\ \left. I_2 = \left\{ \frac{h_1}{h_2} + \frac{1}{\sqrt{(h_2/h_1) - 1}} \tan^{-1} \sqrt{(h_2/h_1) - 1} \right\} \right. \quad (4)$$

$$\therefore h_L = \frac{3\alpha}{16} \frac{g^2}{g h_1^3} I_3 L_j \quad (5)$$

となる。(1)および(5)式より跳水長 L_j は次式となる。

$$L_j = \frac{16}{3\alpha} \frac{h_1}{F_1^2} f(h_2/h_1) \quad (6)$$

ここで、

$$F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g h_1}}, \quad f(h_2/h_1) = \frac{1}{I_3}$$

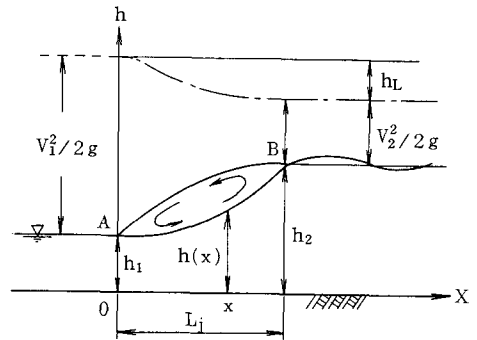


図-1

1) 表面渦抵抗係数 α の計算

表面渦抵抗の水平成分 T は次式で示される。

$$\tau_r = \alpha \frac{\rho V^2}{2} \\ T = \alpha \frac{\rho}{2} \int_0^{L_j} V^2 dx \\ = \alpha \frac{\rho g^2}{2} \int_0^{L_j} \{h(x)\}^{-2} dx \\ \therefore T = \frac{\alpha \rho g^2}{4 h_1^2} I_2 \cdot L_j \quad (7)$$

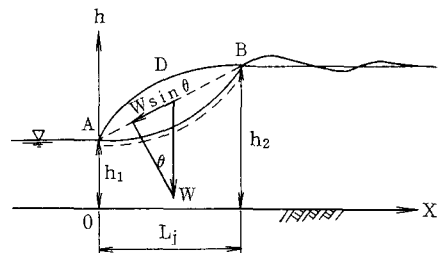


図-2

表面渦ABC部分の自重は

$$W = 2 \rho g \int_0^{L_j} \left\{ \frac{h_2 - h_1}{L_j} x + h_1 - h(x) \right\} dx \\ W = \frac{1}{3} \rho g (h_2 - h_1) L_j \quad (8)$$

表面渦ABDA部分の力の釣合の条件は

$$T / \cos \theta = \beta W \sin \theta \quad (9)$$

β : 渦の体積補正係数で F_1 の関数であり、実験によって求める。

(7), (8), (9) 式より

$$\frac{\alpha F_1^2}{4 \bar{h}_1^2} I_2 L_j = \frac{1}{3} \beta F_1 \frac{(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)^2 L_j^2}{L_j^2 + (\bar{h}_2 - \bar{h}_1)^2} \quad \text{--- (10)}$$

(6) 式と(10)式とより, α は次式となる.

$$\alpha = \frac{8}{3} \frac{1}{F_1^2} \sqrt{\frac{\bar{h}_L}{\bar{h}_1}} \left\{ \beta f(\bar{h}_2/\bar{h}_1) - \frac{\bar{h}_2 - \bar{h}_1}{\bar{h}_2} f^2(\bar{h}_2/\bar{h}_1) \right\}^{1/2} \quad \text{--- (11)}$$

2) 跳水長 L_j の理論式

跳水長 L_j は(6) 式と(11) 式とより

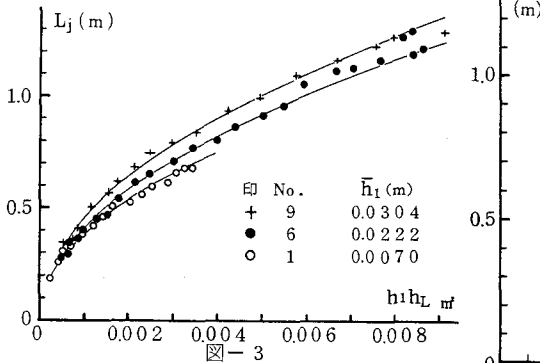
$$L_j = \alpha \sqrt{\bar{h}_1 \bar{h}_L} \quad \text{--- (12)}$$

に代し, $\alpha = 2 / \left(\frac{\beta}{f I_2} - \frac{\bar{h}_2 - \bar{h}_1}{\bar{h}_2} \right)^{1/2} \quad \text{--- (13)}$

$$f = 1 / \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{\bar{h}_1}{\bar{h}_2} \right)^2 + I_2 \right\}$$

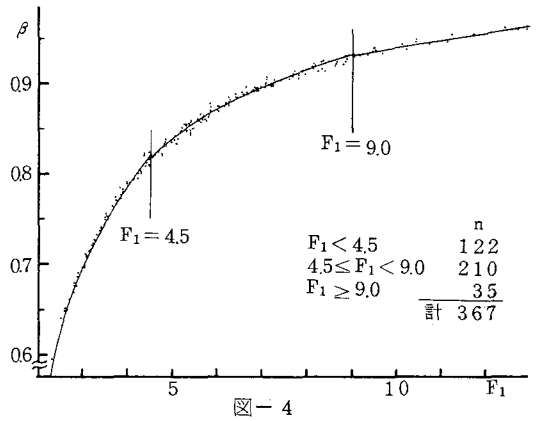
2. 実験結果と考察

実験装置は透明アクリル樹脂製水路で, 上流側水槽部の長さ2.2 m, 高さ0.7 mで, 下流側水路部長さは2.8 m, 高さ0.45 mの全長5.0 mの水路で, 水路幅は上下流とも0.20 mである. 射流水深 \bar{h}_1 の調節は上下流の水槽部と水路部の間にあるスルースゲートにより調節した. 行なった実験は表-1に示したように射流水深 $\bar{h}_1 = 0.0070$ m から0.0304 m の9種類で計367個である. 図-3は $\bar{h}_1 \bar{h}_L$ と L_j との関係であり, 各デ



ータとも放物線上に乗っており, 理論式(12)の関係を満足している. これらの放物線は, 表-1の $\bar{\alpha}$ を用いた場合の(12)式のグラフである. 表-1は測定値 $\bar{h}_1, \bar{h}_2, L_j$ および流量 Q より(12)式によって求めた係数 α の平均値である.

図-4は, F_1 と β との関係であり, プロットした点は測定値であり, 9種類の射流水深に対する367個の全データもプロットしたものである. この図より分かるように, 測定値は単一曲線



上に乗り β は現象の規模や射流水深 \bar{h}_1 などに関係なく F_1 のみの関数となる. ここで, β の実験式を示せば, 次式となる.

$F_1 < 4.5$: 弱・動揺跳水

$$\beta = 0.5325 + \sqrt{0.03698 F_1 - 0.08277}$$

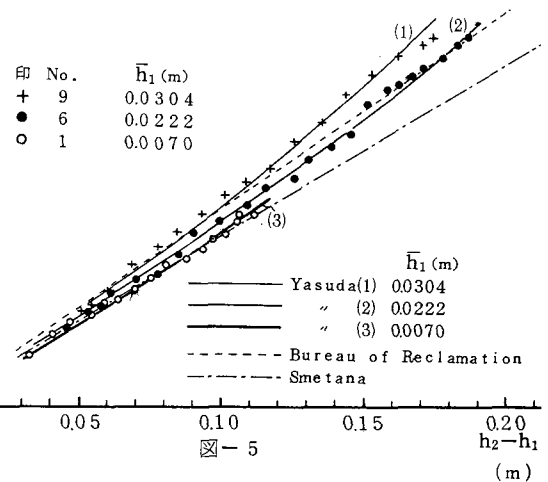
$4.5 \leq F_1 < 9.0$: 定常跳水

$$\beta = 0.7679 + \sqrt{0.00559 F_1 - 0.02271}$$

$F_1 \geq 9.0$: 強跳水

$$\beta = 0.6723 + \sqrt{0.004650 F_1 + 0.02537}$$

図-4は, Smetana, USBR および(12)式ほどの比



較である. プロットした点は測定値であり, 跳水長 L_j は例え $(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)$ の値が等しくとも, \bar{h}_1 が異なるれば異なる.

まとめ: 講演時に報告する.

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
h_1 mm	7.0	9.8	12.8	16.0	18.7	22.2	25.1	28.0	30.4
a	1.20	1.20	1.29	1.33	1.31	1.30	1.32	1.37	1.43

表-1