

II-233

二次流の衰退に関する計算と実験

立命館大学理工学部 正員 小沢功一

1. まえがき 河道湾曲部には二次流が発達し、それが河床の土砂を横断方向へ移動させるため外岸部に深掘れが生じやすい。したがって河道のうちでも湾曲部は床固めとか護岸を施す必要が生ずる河道の弱部となりやすい。この二次流が河道に沿って発達するに要する長さであるとか、湾曲部以降の所でどのように衰退していくのかを正確に評価できることが望ましい。本研究においては、二次流の衰退について、湾曲流の横断方向の運動方程式を基にして検討を行なった。すなわち湾曲部を越えた直線部では、運動方程式のうち湾曲部に特有な横断方向への水面勾配の項と遠心力に相当する項が無くなるものとして取扱った。幅の広い水路の中央部を想定し、鉛直・流下方向へ変化する二次元流として有限要素法を用いて計算を行った。このとき主流の境界条件としての鉛直分布については対数則を用いたが、一次元の有限要素法から得られた数値を使った。これらの計算結果を実験から得られる値と比較して考察した。

2. 基礎式 水深が水路幅や曲率半径に比較して小さい場合の横断方向の運動方程式は次のように表わされる。 $V_{\theta}(\partial V_r / r \partial \theta) - V_{\theta}^2 / r = -g I_r + \partial(\epsilon \partial V_r / \partial Z) / \partial Z \dots (1)$ ここに V_{θ} , V_r はそれぞれ主流、二次流の流速。 I_r は水面の横断勾配、 ϵ は渦動粘性係数である。 $I_r = (1 + \alpha_0) V_m^2 / g r \dots (2)$, $\epsilon = \kappa u_* h \eta (1 - \eta) \dots (3)$ としている。 h は水深、 η は無次元鉛直座標 $\eta = Z/h$ である。完全発達域における二次流の運動方程式は式(1)の左辺第一項を省略したものである。主流の鉛直分布に対数則を用いて、この場合の式を有限要素法を用いて解く。重み関数として一次元の $\{N1\}^T = \{\xi_1, \xi_2\} = \{1 - \bar{x}_1 / \Delta e, \bar{x}_1 / \Delta e\}$ を用いると解は次のようになる。 $V_{i-1} - 2V_i + V_{i+1} = (1/\epsilon_i) \cdot (\Delta e^2 / r h) \cdot [1 - (U_i/6) \cdot (U_{i-1} + 4U_i + U_{i+1})] \dots (4)$ ここに V , U はそれぞれ無次元化された二次流および主流、 Δe は分割長、 u_* は摩擦速度、 κ はKarman定数である。このときの境界条件は水面付近では速度勾配は無いということと二次流は底面から水面までで平衡しているという条件である。対数則については $\partial V_{\theta} / \partial Z = (1/\kappa) \cdot (u_* / Z) \dots (5)$ の式を有限要素法を用いて解き漸化式形で表わすと次のようである。 $-U_{i-1} + U_{i+1} = 2(u_* / \kappa) \cdot (\Delta e / Z_i) \dots (6)$ 境界条件としては、水面付近で速度勾配は無いということと底面から水面までの流速を平均すると U_m になるという条件である。

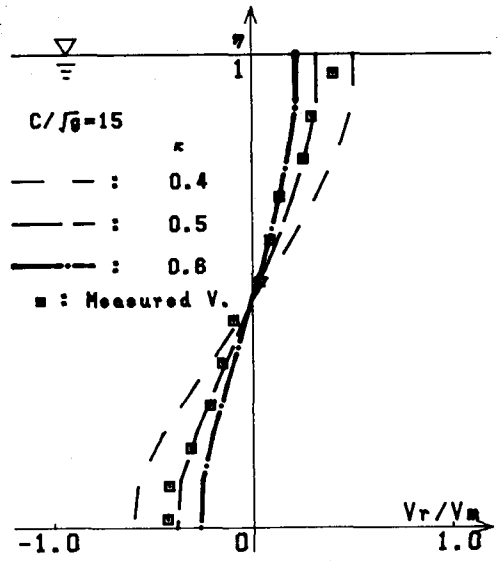


図-1 二次流の速度分布

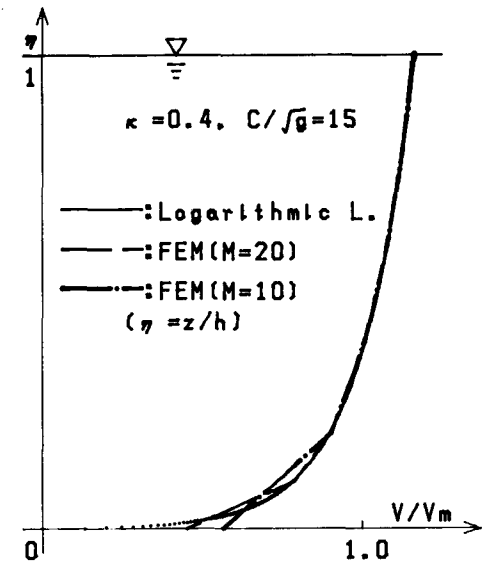


図-2 主流の速度分布

湾曲部から直線部に入り、流下して行くにつれて、二次流がどのように衰退して行くかを求めるときの運動方程式は、式(1)において左辺第2項、右辺第1項を省略したものを使うことになる。重み関数として二次元の $\{N1\}^T = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\} = \{1 - \bar{x}_1 / \Delta e_1, \bar{x}_1 / \Delta e_1 - \bar{x}_2 / \Delta e_2, \bar{x}_2 / \Delta e_2\}$ を用いて解くと次のようになる。 $V_{i, j+1} + V_{i+1, j+1} = V_{i, j} + V_{i+1, j} + (\epsilon_i / \Delta e_1^2) \cdot (3 h \Delta e_2 / U_i) \cdot (V_{i-1, j} - 2 V_{i, j} + V_{i+1, j}) \dots (7)$ このときの境界条件は二次流を求める場合と同様である。

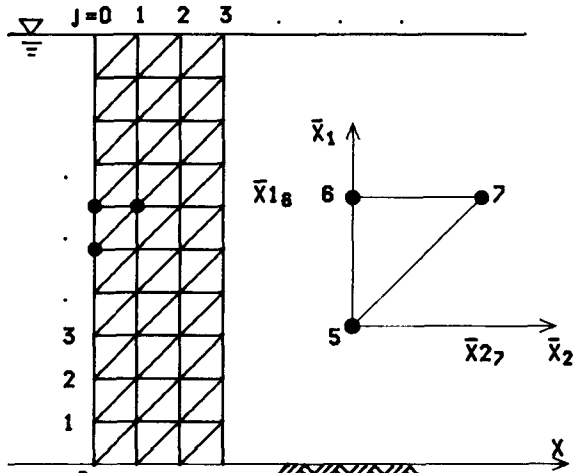


図-3 座標軸と格点

3. 実験的検討 実験水路は180度湾曲部の前後にそれぞれ5m, 2.5mの直線部が接続している鋼製のものを用いた。流量として $Q = 9.3 \text{ l/s}$ を流した。そのときのフルード数は0.52程度である。二次流の完全発達域と考えられる湾曲角 θ が $\theta = 2\pi/3$ における二次流の鉛直分布を κ をパラメーターにして式(4)からの計算値と測定値とを同じ図に示すと図-1のようになる。このとき計算に用いる主流の鉛直分布については対数則を使った。底面 ($Z=0$) における値も必要となるから、有限要素法によって得られた値を用いた。図-2に分割数をパラメーターにした計算値と理論値とが示されている。分割数をたとえば20にしても計算値は式(6)からも明らかなように半

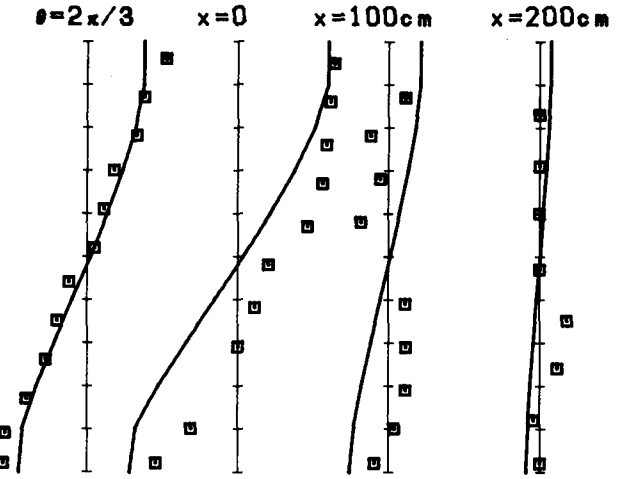


図-4 二次流の衰退

分の10点の値が得られるのみである。この20分割でみれば計算値と理論値は底面附近を除いてかなりよく一致している。二次流の衰退については、湾曲角 θ が $\theta = \pi$ の点を起点に下流方向に x 軸をとって、図-3に示すような格点について式(7)に基づいて計算を行なった。分割長については鉛直方向に $\Delta e_1 = h/10$ とし下流方向に $\Delta e_2 = 0.5 \text{ cm}$ とした。 $x=0, 100 \text{ cm}, 200 \text{ cm}$ の地点における計算値と測定値とを比較すると図-4のようである。この計算値を求めるのに使った Karman 定数の値は $\kappa = 0.4$ であり、 C/\sqrt{g} の値は15としている。ここに C は Chezy 式の係数を示している。計算値は測定値を必ずしも正確には現わしていないが、衰退の様子は表われていると見られる。

4. あとがき 開水路湾曲部における流れは3次元的なものであるから、解析についてもこれまで3次元の有限要素法を用いて検討が行なわれている。3次元的に取扱うと計算量が大きくなり、必ずしも実用的でなくなる場合も出てくる。本研究においては二次流の衰退を2次元的に取扱った。すなわち横断方向の運動方程式(1)と対数則式(5)とを用い、境界条件としては水面においては、せん断力は零であるとした。このような簡便な取扱いによって二次流を評価すると、完全発達域と考えられる $\theta = 2\pi/3$ においては図-1から明らかなように Karman 定数の値は $\kappa = 0.5$ が適しているようである。

また $\theta = \pi$ より下流の直線部での κ は $\kappa = 0.4$ が適当のようである。