

II-231

勾配変化に伴う内部境界層の発達に関する基礎的研究

宮城景行 正員 佐藤 達也
 西松建設 ○正員 世古 尚輝
 早稲田大学 理工学部 正員 関根 正人
 早稲田大学 理工学部 正員 吉川 秀夫

1. はじめに

境界層方程式を用いて、境界層厚および底面せん断力を算定する場合、圧力勾配の見積りが重要な問題となる。筆者らは、前回の研究⁽¹⁾において圧力勾配の項を無視することにより、風洞の側壁上の境界層厚およびせん断力を算定した。そのため、圧力勾配の見積りという点においては明確な手法を手立てとはいえない。本研究は、勾配がゆるやかに変化する開水路を使用し、圧力勾配の見積りも含めて境界層理論に基づいて内部境界層厚および底面せん断力を算定することを主な目的としている。

2. 実験概要

実験装置は、図1に示した開水路を用いて行った。本研究においては、ハク離などの2次元解析が困難な状況のため、さらに明らかに圧力勾配が無視できない水路を設定するために、河床勾配がなめらかに変化する開水路を使用した。河床には径16mmのビー玉を敷きつめ、流入部から河床勾配が変化しはじめる位置までは、境界層が十分発達するように約2mの距離をとった。具体的測定方法としては、ピトー管を使用し、水路中央断面の流速を、河床付近から数点測定しそれを流下方向に数カ所測定した。

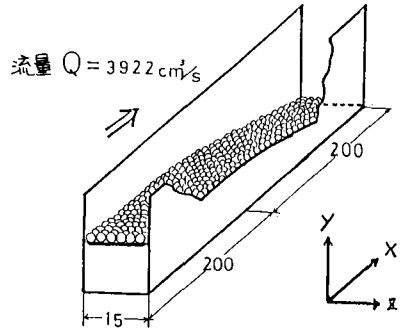


図1. 実験装置

3. 内部境界層厚および底面せん断力算定

プラントルの境界層方程式に連続の式を代入し、 $0 \leq y \leq \delta$ (δ : 境界層厚) で積分する。流速分布式としてベキ乗公式 $u = u_s (\frac{y}{\delta})^n$ を仮定することにより境界層方程式を整理すると(1)式のようなになる。抵抗則として対数則(2)式を定義し、この2式を基本式とする。

$$\frac{2n}{(n+1)(n+2)} \cdot \delta \cdot u_s \cdot \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{n}{(n+1)(n+2)} \cdot u_s^2 \cdot \frac{\partial \delta}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \delta + \frac{\tau_0}{\rho} - \frac{\tau_0}{\rho} \dots (1)$$

$$\tau_0 = \rho \left(\frac{u_s}{8.5 + 2.5 \ln \delta / u_s} \right)^2 \dots (2)$$

この問題となるのが u_s の与え方と、 $\frac{\partial P}{\partial x}$ および τ_0 の決定方法である。筆者らは、実験値を使った解析手法と実験値を使わず行った解析手法とにわけて δ , τ_0 の算定を行った。以下にその方法をのべる。

3-1 実験値を使用した解析方法

u_s の与え方としては、実験値をもとに流下方向 x と境界層上の流速 u_s の関係式 $y = Cx^D$ (C, D は定数) を仮定した。 $\frac{\partial P}{\partial x}$ は、ポテンシャル解析により求めた。その手順は図2に概略を示したように、測定した水面形から排除厚を考慮してポテンシャル流とみなす。境界条件をもとに境界内の各格子の流束関数 ψ の数値を決定し流線を描く。流線で囲まれた各流管内の圧力をベルヌーイ式を用いることによって、各断面ごとに求める。実験の境界層があまり大きなものでなかったことから、最も底面に近い流管内の圧力の流下方向変化から $\frac{\partial P}{\partial x}$ を仮定し、境界層厚 δ と底面せん断力 τ_0 を算定した結果が図5に示されたものである。

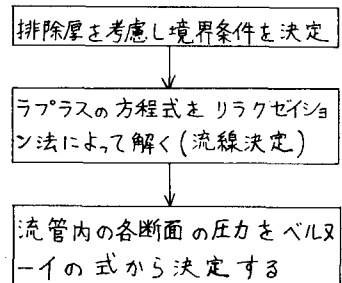


図2. $\frac{\partial P}{\partial x}$ の決定方法

3-2 実験値を使用しない解析方法

3-1の δ_0 が実測値と非常に近い値であったことから $\frac{\partial P}{\partial x}$ の与えかたが適切であったと考え $\frac{\partial P}{\partial x}$ は同様の解析方法で求めることとし、 U_s 、 Z_s の与え方を実測値を使わずに求める方法を考えた。その手順を以下に示す。図3に概略を示したように、勾配が変化する位置の水深を初期値として与え(流出が射流のため) Runge-Kutta法を用いて、水面形を計算する。決定した水面形から境界条件を定義し、ポテンシャル解析から流線 demands、各流管内の流速、圧力、基準線からの高さそれぞれ流下方向に与え各断面ごとに補正係数 α 、 β を決定する。 α 、 β を考慮し再び水面形計算を行い、その水面と先に求めた水面のずれが0.1%以内になるまで繰り返し計算を行う。水面形が決定すると、ポテンシャル解析により流線 demands、 $\frac{\partial P}{\partial x}$ もベルヌーイ式から決定できる。問題となる Z_s の算定であるが、これは図4に示したように勾配が変化し始める位置、つまり内部境界層が発達し始める位置の底面せん断力 τ_{00} を与えることにより、 δ_1 が初期値として与えられれば δ_1 が求められ、(2)式から τ_{01} を決定することができる。これらの値を(1)式に代入することで、 δ_2 が算定されそれにより τ_{02} 、 τ_{02} が求められ、以下同様に求めていくわけである。ここで隣り合う断面間の水深差があまりないことが重要であるから、流下方向に断面を細分する必要がある。この方法を算定された τ_0 を図5に示した。

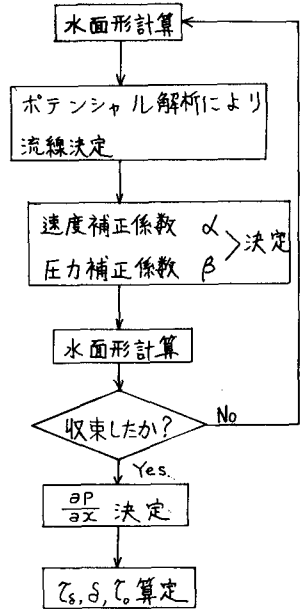


図3. δ , τ_0 の算定手順

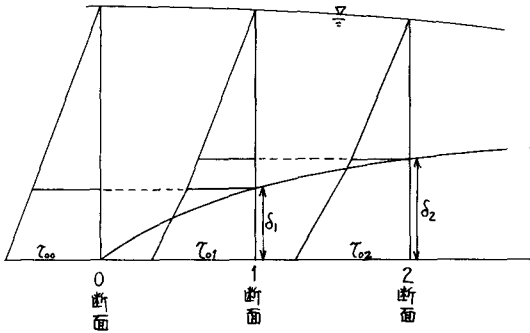


図4 τ_0 の算定方法概要

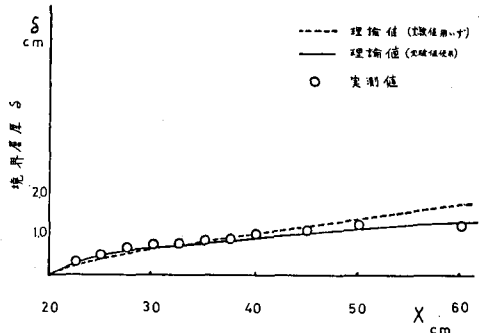


図5-1 境界層厚 δ

4. 結論

境界層厚については、実測値と理論値はかなり良い一致をみせる反面、底面せん断力については内部境界層が発達し始める点付近で若干のくい違いがみられた。図5-2中の破線を示した実測結果を用いない理論解析によれば、内部境界層の発達し始める勾配の変化点付近でせん断力は急激な増加をした後一定値に漸近していく傾向を示している。これに対し、実測値及びこれに基づいて行った理論解析では、上記のせん断力の急激な増加がみられない。これはせん断力を求める際に水路床近傍での流速分布に対数則をあてはめることによつたため、 δ が比較的小さい勾配変化点付近では測定点の関係で十分な精度をもって τ_0 の実測値を決定できていないことによると考えられるが、これについては今後さらに検討していく予定である。 <参考文献> 1)佐藤ら「側壁上の境界層に関する研究」(第40回年講)

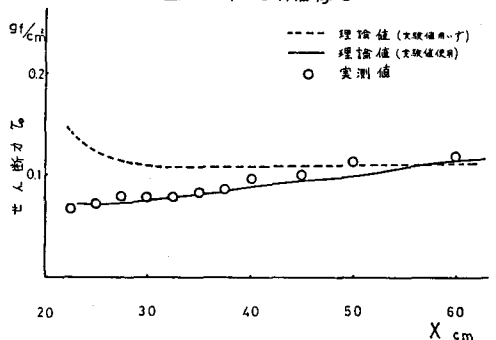


図5-2 せん断力 τ_0