

1. まえがき 山地河川のように粗大礫を伴う河川では、河床材料の粒度分布幅がさわめて広く、また、表面礫の露出状態も河道履歴などによって変化するので、平均粒径あるいは何らかの特性粒径と水理学的粗度の尺度とするだけでは現象を十分に説明し得ない。さらに、この種の河床上の流れの流速分布は、上層部と下層部でかなり相違する。本文では、以上の点を考慮した平均流速式を提案し、その適合性を検討する。

2. 平均流速式の誘導

(1) 河床と流れのモデル: 図-1は粗大礫を伴う河床とその上の等流の模式図である。河床構成材料の粒度分布は本来連続的であるが、理論上ではJ個の階級に離散化し、粒径の大きい順に番号j(=1~J)を付し、各代表粒径を d_j 、表面支配面積率を $f_s(d_j)$ で表わす。個々の礫の露出高さ Δ_j は、比較的小粒径の礫では $0 \leq \Delta_j \leq d_j$ の範囲で一様分布するが、粗大なものでは、転石の状態がよくあることより、 Δ_j の密度関数 $g(\Delta_j)$ を図-2のようにモデル化する。ここに、 $P_j: \Delta_j = d_j$ である礫の個数割合。さらに、図-3では、本論の理論河床を定義している。河床基準面は、 $P_j = 0$ の礫の平均重心位に一致させる。水理学的基準面は、露出高さがある限界値 d_c 以下の礫が作る粗面を摩擦面(図-1の A_s)とみなし、これに対して適当に定める。幾何的平均河床面は、通常計測される河床の平均高さに相当する。以上のような河床(勾配)に平均水深 h_m の等流がある場合、河床のある面積 A_T に乗っている流水に作用する重力の流れ方向成分には、 $\Delta_j \geq d_c$ の礫の形状抵抗力 f_{Dj} と上述の摩擦面の剪断応力 τ_s の合力が釣り合うものとする。

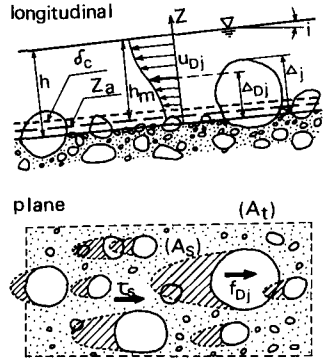


図-1 河床と流れの模式図

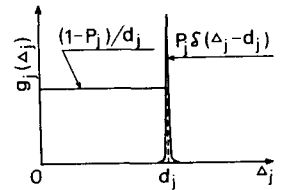


図-2 Δ_j の確率密度分布

(2) 流速分布と平均流速: 図-1のような河床上の流れでは全水深にわたって Prandtl-von Karman の対数型流速分布則が成立せず、おおむね最高露出礫の頂点の高さ $Z'_d (= \Delta_{DM} - Z_s)$ を境に、これより下位の領域の流速分布が一様化の傾向をもつ。そこで、筆者らは下記のような流速分布式を仮定した。

$$Z' \leq Z'_d \text{ において, } u/u_{*s} = \frac{1}{\phi} \ln \frac{Z'}{d_{sm}(1+r\tau_*)} + 8.5 \quad (1)$$

$$Z' \geq Z'_d \text{ において, } u/u_* = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{Z'}{Z'_d} + B \quad (2)$$

ここに、 $u_{*s} = \sqrt{\tau_s/\rho}$ (ρ :水の密度)、 $u_* = \sqrt{g\beta m_i}$ (g :重力の加速度)、 κ : Karman

定数、 ϕ : κ に代えて用いる係数、 d_{sm} : 上述の A_s について算定される平均粒径、 $\tau_* = u_*^2/sgd_{sm}$ (s :礫の水中比重)、 r : Z 程度の係数。なお、(2)式の B は、(1)式との接続条件より定められる。

さて、平均流速 V_m は単位幅当りの流量 q を h_m で除したものである。 q は、 $Z' \geq Z'_d$ および $Z' \leq Z'_d$ の領域の部分的単位幅流量 q_u および q_d に分割される。両者のうち、 q_u は(2)式をそのまま積分して求められる。一方、 q_d は、 q_u と同様にして求めると過大であり、 $0 \leq Z' \leq Z'_d$ の空間の一部を占める礫による流積の減少割合 λ_2 の補正を加え、 $q_d = (1-\lambda_2) \int_0^{Z'_d} u dz'$ として定式化するのが妥当である。以上の理論計算の結果は次式のようなものである。

$$\frac{V_m}{u_*} = (1+Z_{AS}) \left\{ (1-Z_d)(B_d E_s - \frac{1}{\kappa}) + (1-\lambda_2) Z_d E_s (B_d - \frac{1}{\phi}) - \frac{1}{\kappa} \ln Z_d \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし, } Z_{AS} &= (Z_a - Z_s)/h_m, \quad Z_d = (\Delta_{DM} - Z_s)/(h_m + Z_a - Z_s) \\ E_s &= u_{*s}/u_*, \quad B_d = \frac{1}{\phi} \ln \left\{ (\Delta_{DM} - Z_s)/d_{sm}(1+r\tau_*) \right\} + 8.5 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(3) 諸量の計算式: $i, f_s(d_j), P_j$ および n_m を与条件として V_m/U_* を求めるには多くの補助式が必要であり, それらを列挙すると(5)~(20)式のものである。各式の誘導理論については文献(1)に詳しく述べているので割愛するが, 主要な量の定義はつぎのようである。 d_m : 河床表面砂礫の平均粒径, $j\phi$, $f_0(d_j)$, Δ_{0j} , m_j , a_{0j} , C_{0j} : それぞれ, 形状抵抗係数として取り扱う砂礫の最大階級番号, 表面支配面積率, 平均露出高さ, A_T 内の個数, 抗力の有効面積 (1個当りの平均値), 抗力係数, a_{0j} および w_j : それぞれ, 形状抵抗係数として取り扱う砂礫の1個当たりの流れ方向投影面積および露出部最大幅 (Δ_{0j}/d_j の関数となる)。また, K_δ, K_ϕ, r および α は, いずれも経験的に定めるべき定数である。

3. 実験・実測資料に基づく検討

係数 $K_\delta, K_\phi, r, \alpha$ の最適値を定めるとともに平均流速式の適合性を検討するためのモデル実験を行った。実験には幅1.0mのコンクリート水路を使用し, 自然砂礫を材料として, $f_s(d_j)$ の累加曲線が図-4のような, 勾配1/50の河床モデルを作った。 P_j は, $d_j \geq 40mm$ で $P_j=1$, $d_j < 40mm$ で $P_j=0$ とした。各河床モデルに数種の流量を通過して得られた21組の水理資料に基づき上記の諸係数の最適値を求めると, $K_\delta=0.8, K_\phi=5.6, \alpha=r=2$ となった。 V_m/U_* の実験値と計算値の対比を図-5に示す。両者はきわめて良く一致している。なお, 以上の計算では, (12)式の Δ_{0j} および C_{0j} に及ぼす礫の形状や露出度の影響を重視して, Δ_{0j} の代わりに $\Delta_{0j} = Spa \Delta_{0j}$ を用い, C_{0j} は $C_{0j} = 0.7 Spa (\Delta_{0j}/d_j)$ で算出した (Spa : Sphericityで, 実測の平均値0.7をあげた)。

図-6は, $f_s(d_j)$ が対数正規型分布に従い, P_j が全て0である条件下において, 粒度分布の標準偏差 σ および Spa の値をそれぞれ3種に変化させて抵抗特性曲線と計算した結果を示す。図中には比較のために平野らの実験結果²⁾ (本実験では, 粒度分布を正確に対数正規型に調整した) ならびに礫床河川における実測結果も点描している。なお, 計算曲線は50%粒径 $d_{50} = 40mm$, 河床勾配 $i = 1/200$ に対するものであるが, d_{50} と i をそれぞれ $20 \sim 80mm$, $1/40 \sim 1/400$ のように大幅に変化させても, $(V_m/U_* \sim A_m/d_{50})$ 関係図として描くと, 両者の変化の影響はごくわずかしら現れなかつた。

図-6において, 平野らの実験結果と計算曲線はきわめてよく類似した傾向を示している。また, 礫床河川の描点の分散幅が計算曲線の変動幅にほぼ対応していることも興味深い。

$$d_m = \sum_{j=1}^n d_j f_s(d_j) \dots (5), \quad \delta_c = K_\delta d_m \dots (6)$$

$$z_a = d_m/3 + \sum_{j=1}^n P_j d_j f_s(d_j) \dots (7)$$

$$f_0(d_j) = 6 f_s(d_j) [(1/2)(1-P_j) \{ (1-2\delta_c/d_j)^2 + 1 \} + P_j] / (5+P_j) \dots (8-a)$$

$$\text{or } = 6 f_s(d_j) \{ (1-P_j)(1-\delta_c/d_j) + P_j \} / (5+P_j) \dots (8-b)$$

(注) (8-a)は $d_j \geq 2\delta_c$, (8-b)は $\delta_c \leq d_j \leq 2\delta_c$ の場合用いる。

$$d_{sm} = [\sum_{j=1}^n d_j \{1 - \cos(\pi \delta_c/d_j)\} \{f_s(d_j) - f_0(d_j)\} + \sum_{j=1}^n d_j \{f_s(d_j)\}] / \sum_{j=1}^n \{f_s(d_j) - f_0(d_j)\} \dots (9)$$

$$z_s = (1/2) d_{sm} - (0.15 \sim 0.25) d_{sm} \approx (1/3) d_{sm} \dots (10)$$

$$U_{*s}/U_*^2 = 1 / [A_s/A_T + \sum_{j=1}^n (m_j/A_T)(1/2) C_{0j} \Delta_{0j} B_j^2] \dots (11)$$

ここに, $B_j = (1/\phi) \ln \{ \Delta_{0j}/d_{sm} / (1+r\tau_{*j}) \} + 8.5 \dots (12)$

$$\Delta_{0j} = [(1/2)(1-P_j) \{ (1-\delta_c/d_j)^2 + 1 \} + P_j] / [(1-P_j) \{ (1-\delta_c/d_j) \} + P_j] \dots (13)$$

$$m_j/A_T \approx (1/d_j^2) = f_s(d_j) \{ (1-P_j)(1-\delta_c/d_j) + P_j \} / (5/4 + P_j/4) (\pi d_j^3/6) \dots (14)$$

$$\phi = 0.4 + K_\phi \sin(2\lambda_1) \dots (15)$$

$$\lambda_1 = \sum_{j=1}^n \{ (m_j/A_T) (\pi d_j^3/24 \Delta_{0j}) \{ 6 \Delta_{0j}/d_j + (1-\Delta_{0j}/d_j)^2 - 1 \} \} \dots (15)$$

$$A_s/A_T = 1 - R_{j\phi} \dots (16), \quad a_{0j} = (1-R_{j-1})(R_{j-1} a_{0j} + \tilde{a}_{0j}) \dots (17)$$

$$a_{0j} = (d_j^2/4) \{ \pi/2 + \sqrt{1-D^2} + \sin^{-1} D \}; \quad D = 2\Delta_{0j}/d_j - 1 \dots (18)$$

R_j の計算の基礎式は, $w_j = f_{et}(d_j, \Delta_{0j}), H = \alpha \Delta_{0j}/L_j, W = w_j/L_j$ とし,

$$R_j = R_{j-1} + (m_j/A_T) \{ (1-R_{j-1}) \{ R_{j-1} w_j \Delta_{0j} + (1-R_{j-1}) \tilde{a}_{0j} \} \{ 1 - \sum_{k=1}^{j-1} f_0(d_k) \} \} \dots (19)$$

$$\tilde{a}_{0j}/a_{0j} = \tilde{a}_{0j} w_j \Delta_{0j} = 1 - (1-W/3) W (H^2/6); \quad H \leq 1 \dots (20-a)$$

$$= 1 - (1-W/3) W \{ H^2/6 - (H-1)^2/(3H) \}; \quad 1 \leq H \leq 2 \dots (20-b)$$

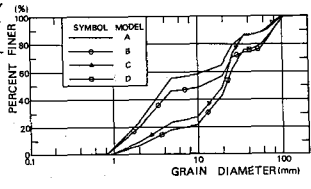
$$= 1 - (1-W/3) W (1-1/H); \quad z \leq H \dots (20-c)$$


図-4 実験河床の表面粒度分布

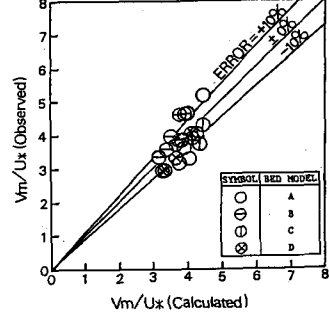


図-5 計算値と実測値の比較

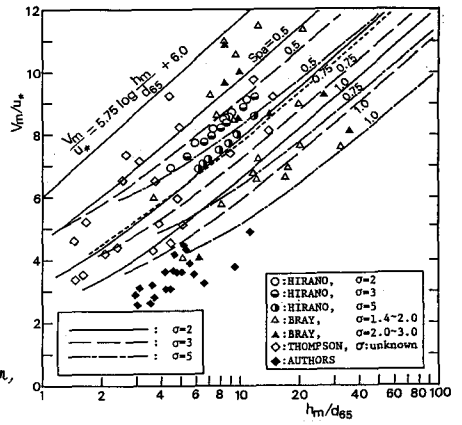


図-6 数値計算例と実験・実測値の比較

[参考文献]
 1) 岡部 肥本: 第30回水理講演会論文集, pp.247-252.
 2) 平野 岩元: 新砂防, Vol.32, No.2 (113), pp.17-21.