

II-205 3次元波状河床上の流氷

(株)アイ・エヌ・エー新土木研究所 正員 大西 光陽

1. はじめに 河床波の発生条件を明らかにするためには、河床波上の種々の局所的な水理量を明らかにする必要がある。例えば、河床波の発生機構を解明する場合、河床せん断力の分布と河床波の関係を知っておく必要がある。本研究では、せん断流モデルを用いて線型解析を行ない、直線水路に生ずる3次元河床波上の水理特性を解析するとともに、2次元河床波の水理特性との比較を行なった。

2. 基礎式および境界条件 本解析に用いた基礎式および境界条件は、次のとおりである。

(1) 基礎式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \rho S - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

(2) 境界条件

$$z = D_0 + \xi' : p = 0, w = u \frac{\partial \xi'}{\partial x} + v \frac{\partial \xi'}{\partial y}, \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0 \quad (5)$$

$$z = \eta' : w = u \frac{\partial \eta'}{\partial x} + v \frac{\partial \eta'}{\partial y}, u_*^2 = \left(\frac{U_*}{U_b} \right)^2 u_b^2, v_*^2 = \frac{v}{u} u_*^2 \quad (6)$$

ここに、 $u = U + u', v = v', w = w'$: x, y, z 方向の流速、 $p = P + p'$: 圧力、 $\epsilon = \kappa U_* D_0 / 6$: 渦動粘性係数、 D_0 : 平均水深、 S : 平均河床勾配、 U : 主流の流速分布、 u_*, v_* : x, y 方向のせん断速度、である。なお、主流の流速分布は、河床面にスリッパ流速を認めた放物線近似とし(図2)、また、基礎式の無次元化は平均流速 U_0 と D_0 を用い、線型化はブライトのついで変動成分が平均成分よりも十分小さいとして行なう(省略)。

以上、(1)~(6)式により、河床に微小擾乱 $\eta' = \eta_0 \cos ly e^{ikx}$ (7) を与えた際、 u に伴い生ずる他の変動成分は、次式のように表わされる。

$$\xi' = \xi \cos ly e^{ikx}, u' = \hat{u} \cos ly e^{ikx}, v' = \hat{v} \sin ly e^{ikx}, w' = \hat{w} \cos ly e^{ikx}, p' = \hat{p} \cos ly e^{ikx} \quad (7')$$

ここに、 $\xi, \hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}$: 各変動成分の複素振幅、 $k = 2\pi D_0 / L, l = m\pi D_0 / B$: x および y 方向の無次元波数、 L : x 方向の河床波の波長、 B : 水路幅、 m : 河床波のモード次数、である。

3. 河床波と各変動成分の関係 河床波と各変動成分の関係は、次式のように求まる。なお、本報では概数制約から、河床波に対する各変動成分の位相差のみを示す。

$$(1) \text{水面波と河床波の位相差} \quad \theta_w = \arg \left[\frac{\xi'}{\eta'} \right]_{z=1} = \int_m \left[\ln \left(\frac{\hat{p}}{\eta_0} \right)_{z=1} \right] \quad (8)$$

$$\left(\frac{\hat{p}}{\eta_0} \right)_{z=1} = -\frac{F^2}{F_0^2} \left[\lambda_1 \left(\frac{C_1 \lambda_1}{\eta_0} - \frac{C_2 \lambda_2}{\eta_0} e^{2\lambda_2} \right) \left\{ ikU_0 + \frac{1}{R_0} (r^2 \lambda_1) \right\} + \lambda_2 \left(\frac{C_2 \lambda_2}{\eta_0} e^{2\lambda_2} - \frac{C_1 \lambda_1}{\eta_0} \right) \left\{ ikU_0 + \frac{1}{R_0} (r^2 \lambda_2) \right\} \right] \quad (9)$$

ここに、 $F = U_0 / \sqrt{gD_0}, F_0 = U_0 / U_*, \beta = U_* D_0 / \epsilon, r^2 = k^2 + l^2, \lambda_1, \lambda_2, C_1 / \eta_0 \sim C_2 / \eta_0$: 水理条件を与えた場合に境界条件により求まる定数。

$$(2) \text{水深波と河床波の位相差} \quad \theta_d = \arg \left[\frac{d'}{\eta'} \right]_{z=1} = \int_m \left[\ln \left(\frac{\hat{p}}{\eta_0} - 1 \right)_{z=1} \right] \quad (10)$$

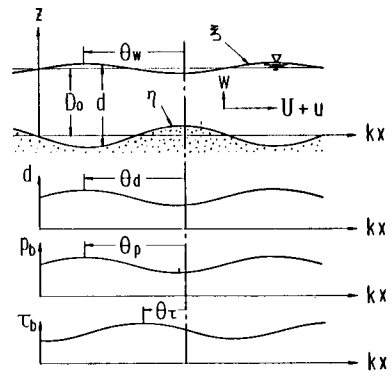


図1. 河床波と各水理量

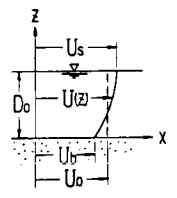


図2. 主流の流速

(3) 底面圧力と河床波の位相差

$$\theta_p = \arg[P/\eta']_{z=0} = \Delta m [\ln(\hat{p}/\eta_0)_{z=0}]$$

(4) 河床せん断応力と河床波の位相差 (11)

$$\theta_\tau = \arg[\tau_x/\eta']$$

$$= \Delta m [\ln\{\frac{2}{C_b} \frac{C_1}{\eta_0} + \frac{C_2}{C_0}\}]_{z=0} \quad (12)$$

$$(\frac{C_1}{\eta_0})_{z=0} = \frac{1}{F_0} [ik\{\lambda_1(\frac{C_1}{\eta_0} - \frac{C_2}{\eta_0}) + \lambda_2(\frac{C_1}{\eta_0} - \frac{C_0}{\eta_0})\} + 2\omega z]_{z=0} \quad (13)$$

ここに、 ωz : z方向の相度の複素振幅を表わす。

4. 解析結果 解析結果は、図1~図4に示すとおりであり、 $m=0$ の場合が2次元河床波であり、 $m=1$ の場合が交互砂州の場合を示す($B/D_0=10$)。

同図より、河床波発生機構を説明する上で重要となる河床せん断応力の位相差は、2次元および3次元河床波とも水面波の位相変化に伴いその値の急変が見られるが、この位相変化区間を除くと、3次元河床波の場合、 θ_τ は L/D_0 および Fr にほとんど関係せず一定となり、本解析条件では $\theta_\tau = \text{約}\pi/4$ となる(ただし、この θ_τ は B/D_0 により変化する)。2次元河床波では水面波と河床波が位相($\theta_w = \pi$)の区間では、 L/D_0 および Fr に無関係となるが、反砂堆の区間では L/D_0 によりその値は変化する。

また、他の変動成分の位相変化も、水面波の位相変化に伴い変化する。

なお、水面波の位相が π から0に変化する Fr は、2次元および3次元河床波ともボテニシール流の場合とほとんど同じ Fr で変化するものとなっているが、本解析ではせん断応力モデルにより解析を行ったことから、これらの位相変化は連続的な変化を示すものとなっている。

参考文献

林・大西：波上境界上の瞬時流況について、第34回土木学会年次講演会、1979。
 林・大西：せん断応力モデルによる2次元河床波の理論的研究、第25回水理講演会、1981。
 林：河川航行の成因についての研究、土木学会論文集、第180号、1970

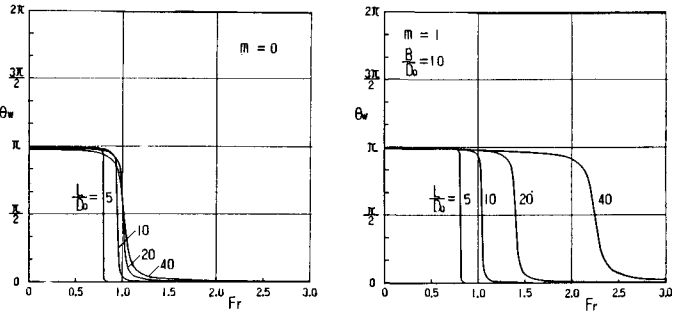


図3. 水面波と河床波

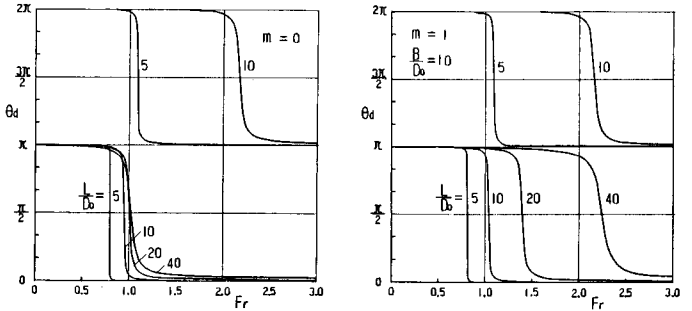


図4. 水深波と河床波

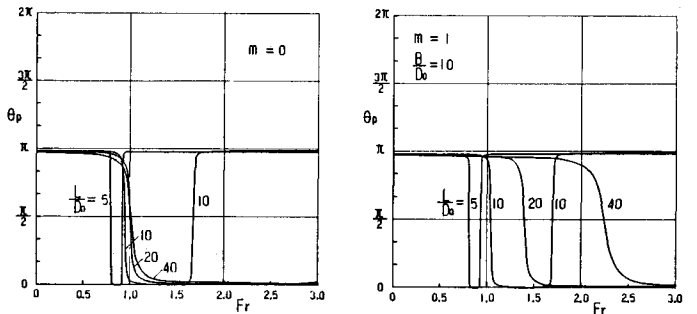


図5. 底面圧力と河床波

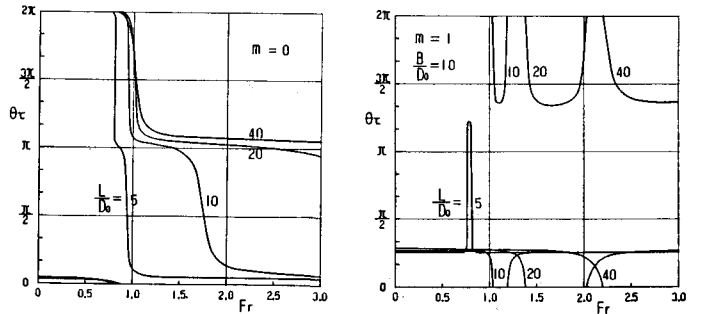


図6. 河床せん断力と河床波