

II-182 負の2項分布による豪雨型山腹崩壊の発生個数と面積のモデル化

徳島大学工学部 正員 端野道夫
 徳島大学大学院 ○学生員 武田 理

1 ま え が き

豪雨による崩壊は関連要因が多く、物理的機構が複雑で不明な点が多く残されている。本研究は確率論的な立場より崩壊の発生個数と面積に焦点を合わせて解析を行い、崩壊発生個数と面積に関する確率モデルを構築するものである。対象流域を徳島県那賀川上流長守ダム流域(539 km²)として250m×250mのメッシュに分割し、図-1に示すように10個×10個のメッシュを17組、すなわち1700個抽出し、メッシュ単位で昭和51年台風17号によって発生した崩壊について解析を行った。

2 崩壊発生個数と累加崩壊面積の確率分布のモデル化

1) 崩壊発生個数の確率分布 図-2に示すように、崩壊の形状は1

個が単独に発生したものと樹枝状に発生したものに分けられる。樹枝状の崩壊を1つの崩壊群として1個と数えた場合、崩壊発生個数の確率分布はポアソン分布に従うと予想される。一方、樹枝状の崩壊を切り離して数えた場合、その確率分布は複合ポアソン分布となり、1つの崩壊群における崩壊発生個数が(1)式に示す対数級数分布 $P(x)$ に従うと考えれば負の2項分布 $P(J; k_1, p)$ が誘導され、(2)式で与えられる。この分布の平均 $E(J)$ と分散 $Var(J)$ は(3)式となり、分散は平均よりも常に大きくパラメータ p を一定とすれば残りのパラメータ k_1 のみで与えられる。また、各メッシュの崩壊発生個数 J が負の2項分布に従うとすれば S 個のメッシュの和の崩壊発生個数 J_S も負の2項分布に従うという特性があり、その平均 $E(J_S)$ と標準偏差 $\sigma(J_S)$ は(4)式、(5)式で与えられる。

2) 累加崩壊面積の確率分布 1崩壊当りの崩壊面積の確率分布はほぼ指数型分布に従うことが解析の結果、明らかとなっている。 S 個のメッシュの総崩壊発生個数 J_S の確率分布が負の2項分布 $P(J_S; \sum_{j=1}^S k_1, p)$ に従い、1崩壊当りの崩壊面積がある特定の確率分布に従うとすれば、 S 個のメッシュの累加崩壊面積 T_{J_S} の確率分布 $P\{T_{J_S} \leq Z\}$ は(6)式で示すような複合負の2項分布で与えられる。崩壊発生個数と崩壊面積の独立性を仮定すれば、平均 $E(T_{J_S})$ と標準偏差 $\sigma(T_{J_S})$ は(7)式、(8)式となり p を一定とすれば $\sum_{j=1}^S k_1$ の関数となる。

以上のように、崩壊発生個数の確率分布が負の2項分布に従うとすれば任意の広がりをもつ地域の崩壊発生個数、累加崩壊面積の期待値 k_1 を推定することによって求めることができる。そこで、 k_1 を(9)式のように各メッシュの素因、誘因の回帰式で表し、有意な説明変数を変数増減法による回帰分析によって選択し、数量化理論第I類を適用すれば k_1 を推定することができる。

3 那賀川上流域における解析例

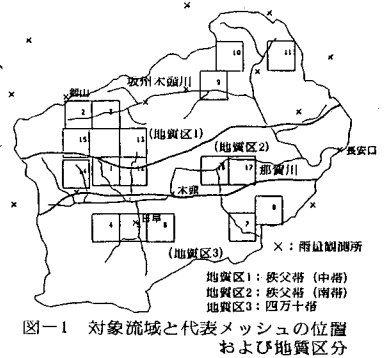


図-1 対象流域と代表メッシュの位置および地質区分

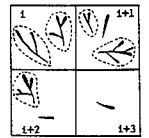


図-2 メッシュにおける崩壊発生個数の数え方

$$\begin{aligned}
 P(x) &= aq^x/x & (1) \\
 x: & \text{1つの崩壊群における崩壊発生個数} \\
 a &= 1/\log(1-q), \quad p+q=1 \\
 P(J; k_1, p) &= \sum_{j=1}^J \binom{J+k_1-1}{j} p^{k_1} q^j & (2) \\
 J: & \text{樹枝状の崩壊を切り離して考えた場合の1メッシュ当りの崩壊発生個数} \\
 J &= 0, 1, 2, 3, \dots \\
 k_1, p: & \text{負の2項分布のパラメータ} \\
 E(J) &= k_1 q/p, \quad \text{Var}(J) = k_1 q/p^2 & (3) \\
 E(J_S) &= \sum_{j=1}^S k_1 q/p & (4) \\
 \sigma(J_S) &= \sqrt{\text{Var}(J_S)} = \sqrt{\sum_{j=1}^S k_1 q/p^2} & (5) \\
 P\{T_{J_S} \leq Z\} &= \sum_{j=1}^S P\{J_S=j\} P\{T_{J_S} \leq Z | J_S=j\} & (6) \\
 J_S, T_{J_S}: & \text{それぞれ} S \text{個のメッシュの崩壊発生個数、面積} \\
 P\{J_S=j\} &= P\{J_S=j; \sum_{j=1}^S k_1, p\} \\
 & \text{: 崩壊発生個数} J_S \text{が} j \text{である確率} \\
 P\{T_{J_S} \leq Z | J_S=j\}: & \text{崩壊面積の確率分布} \\
 E(T_{J_S}) &= \sum_{j=1}^S k_1 q/p E(Z) & (7) \\
 \sigma(T_{J_S}) &= \sqrt{\text{Var}(T_{J_S})} \\
 &= \sqrt{q/p \sum_{j=1}^S k_1 \{E(Z)^2/p + \text{Var}(Z)\}} & (8) \\
 E(Z), \text{Var}(Z): & \text{1崩壊当りの崩壊面積の平均、分散} \\
 k_1 &= a + \sum_{l=1}^L \delta_{1j} \epsilon_{jm} + \sum_{l=1}^L Z_{1l} \beta_l & (9) \\
 Z_{1l}: & l \text{番目の量的変数のメッシュ} i \text{での値} \\
 \beta_l: & l \text{番目の量的変数の回帰係数} \\
 \delta_{1j} m: & \text{メッシュ} i \text{のアイテム} j, \text{カテゴリ} m \text{におけるカテゴリ値} \\
 \epsilon_{jm}: & \text{アイテム} j \text{のカテゴリ} m \text{に対する重み}
 \end{aligned}$$

流域を図-1に示すように秩父帯における中帯、南帯および四万十帯の3つに大別しそれぞれを地質区1, 地質区2, 地質区3とする。地質区1では崩壊個数は多く、大規模な崩壊が発生しており、地質区2では崩壊個数は少なく、そのほとんどが小規模な崩壊であるが大規模な崩壊も発生しており、また地質区3では崩壊個数は少なく、そのほとんどが小規模な崩壊である。図-3は各地質区ごとの崩壊発生個数の確率分布である。この図において実線は実際の崩壊による確率分布と、破線は負の2項分布理論により求めた確率分布を表す。この図により崩壊発生個数の確率分布は負の2項分布に従うことが明らかである。

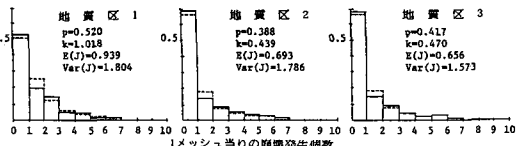


図-3 地質区ごとの崩壊発生個数の確率分布

次に崩壊の発生に関連すると思われる主な要因として表-1に示すような地形特性、谷次数、伐採、雨量、貯留高を取り上げた。量的変数についてはそれぞれの値を基準化し非線形性を考慮して2乗の項を加え変数増減法による回帰分析により有意な変数にしぼりこんだ。このようにして選ばれた量的変数を数量化理論第I類に適用した結果が表-2である。この表の偏相関係数によれば崩壊の発生に比較的強い相関性を示していると思われる要因として質的変数では伐採、量的変数では総雨量、表層タンク貯留高、最大斜面の凹凸形状(平面、縦断面)があげられる。特に地質区2, 地質区3においてその傾向が見られる。地質区1ではその他に標高、谷密度があげられる。このようにして(9)式の説明変数とその係数が定まり、メッシュごとの推定値を(4)式に用いて求めた累加崩壊発生個数 $E(J_n)$ の推定値と実測値の関係を表したものが図-4である。この図によるとどの地質区においても推定値はほぼ実測値に近い値が得られており、(9)式に示した崩壊発生個数のパラメータ値の回帰モデルは妥当であるといえ、それぞれのメッシュにおける崩壊発生個数、または任意の広がりをもつ地域の崩壊発生個数の確率分布は負の2項分布に従うといえる。次に得られた(7)式に用いて求めた累加崩壊面積 $E(T_n)$ の推定値と実測値の関係を表したものが図-5である。

表-1 崩壊の発生に関連する主な要因

質的変数	谷次数	1次谷
	伐採	有無
量的変数	R _T	総雨量
	I _V	最大斜面の縦断面凹凸形状
	I _H	最大斜面の平面凹凸形状
	S	最大斜面勾配
	M	斜面勾配の平均
	Sau	表層タンク貯留高
	Sao	土壌水分
	Sg	地下水貯留高
	Zo	標高
	T _V	谷密度

表-2 重相関係数と偏相関係数

	地質区1	地質区2	地質区3
重相関係数	0.5080	0.6758	0.5959
偏相関係数			
谷次数(1,2次)	0.0323	0.0282	0.0409
伐採(有無)	0.3084	0.2681	0.1429
R _T	0.2720	0.3984	0.2185
I _V		0.2970	
I _H	-0.0707		0.2219
S		0.1293	0.1099
M		-0.0879	
Zo			0.1916
Sau	-0.0284		0.0653
Sao		-0.1131	-0.1919
Sg	-0.2098	-0.1841	-0.1919
Sg ²			-0.0497
Sg ³			-0.1159
Sao ²		-0.1145	0.0771
TH	-0.0816		0.1019

地質区1ではその他に標高、谷密度があげられる。このようにして(9)式の説明変数とその係数が定まり、メッシュごとの推定値を(4)式に用いて求めた累加崩壊発生個数 $E(J_n)$ の推定値と実測値の関係を表したものが図-4である。この図によるとどの地質区においても推定値はほぼ実測値に近い値が得られており、(9)式に示した崩壊発生個数のパラメータ値の回帰モデルは妥当であるといえ、それぞれのメッシュにおける崩壊発生個数、または任意の広がりをもつ地域の崩壊発生個数の確率分布は負の2項分布に従うといえる。次に得られた(7)式に用いて求めた累加崩壊面積 $E(T_n)$ の推定値と実測値の関係を表したものが図-5である。

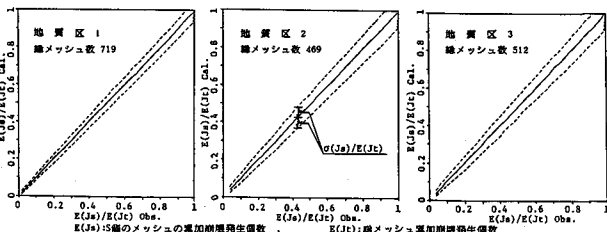


図-4 地質区ごとの累加崩壊発生個数の推定値と実測値の関係

この図において破線は(8)式に示した標準偏差 $\sigma(T_n)$ を用いて描いた線である。この図によると、どの地質区においても確率分布(対角線)は推定値の標準偏差を2倍した範囲内に入っており、累加崩壊面積の確率分布はほぼ複合負の2項分布に従うといえる。

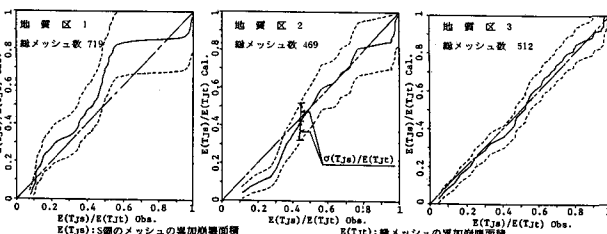


図-5 地質区ごとの累加崩壊面積の推定値と実測値の関係

この図において破線は(8)式に示した標準偏差 $\sigma(T_n)$ を用いて描いた線である。この図によると、どの地質区においても確率分布(対角線)は推定値の標準偏差を2倍した範囲内に入っており、累加崩壊面積の確率分布はほぼ複合負の2項分布に従うといえる。

4 まとめ

本研究の対象流域における崩壊の発生には主に伐採、総雨量、表層タンク貯留高、最大斜面の凹凸形状(平面縦断面)が関連していると思われる。また、崩壊発生個数は(9)式に示した回帰モデル値を推定することによってほぼ正確な値を得ることができ、それぞれのメッシュにおける崩壊発生個数、または任意の広がりをもつ地域における崩壊発生個数の確率分布は負の2項分布に従い、累加崩壊面積の確率分布はほぼ複合負の2項分布に従うことが明らかとなった。(参考文献) 1) 竹内啓・藤野和建: 2項分布とポアソン分布, 東京大学出版会, 1981