

II-163 浮遊砂流に対するk-ε乱流モデルの適合性の検討

長岡技術科学大学大学院 学生員 福田 雅晴  
長岡技術科学大学工学部 正員 福嶋 祐介

1. はじめに 浮遊砂流の研究は、その乱流構造が清水流の乱流構造と異なることが Vanoni<sup>1)</sup>によって指摘されて以来、水工学の重要なテーマのひとつである。しかしながら、浮遊砂と流れの相互作用の複雑さのため、浮遊砂流の流速、濃度分布を予測することは容易ではない。そこで本研究は近年、広範な研究分野で適用され、かつ比較的簡単なk-εモデルを浮遊砂流に適用し、その適合性を検討しようというものである。

2. 浮遊砂流に対するk-εモデル 十分に幅の広い開水路において、砂が浮遊状態で輸送されている場合を考える。

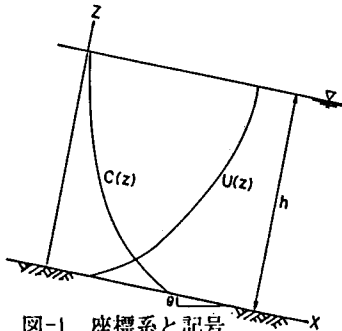


図-1 座標系と記号

また、k-εモデルは、比較的簡単なモデルではあるが、このまま解くことは容易なことではない。そこで、目的に沿う範囲で方程式系の単純化を図る。流れは2次元、等流とし、十分発達した乱流で粘性の影響は無視できるものとする。このときの座標系を図-1に与える。また、計算の簡便化のために以下の無次元化を行った。

$$\eta = z/h \quad u_* = u/u_{*0} \quad v_t = v_t/u_{*0}h$$

$$k_* = k/u_{*0}^2 \quad \epsilon_* = \epsilon h/u_{*0}^3 \quad c_* = c/c_b$$

ここで、\*は無次元量を示す。また、 $u_{*0}$ は清水流の摩擦速度( $=(\text{ghsin}\theta)^{0.5}$ )、 $c_b$ は底面濃度である。その結果、方程式系は以下ようになる。

運動量方程式

$$1 + \chi c + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( v_t \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) = 0$$

浮遊砂の拡散方程式

$$\frac{v_s}{u_{*0}} c + \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial \eta} = 0$$

乱れエネルギー保存式

$$0 = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{v_t}{\delta_k} \frac{\partial k}{\partial \eta} \right) + \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 + Ri \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial \eta} - \epsilon$$

エネルギー流散率

$$0 = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial \eta} \right)$$

$$+ c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \left\{ v_t \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 + (1 - c_{3\epsilon}) Ri \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial \eta} \right\} - c_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k}$$

但し、\*は省略している。また、 $Ri$ 、 $\chi$ は次のように定義する。

$$Ri = Rc_b \text{ghcos}\theta / u_{*0}^2 = Rc_b / \tan\theta, \quad \chi = Rc_b$$

また、k-εモデルにおいては次のようなモデル化がなされている。

$v_t = c_M k^2/\epsilon$ ,  $\Gamma = v_t/\sigma_t$  ( $\Gamma$ :乱れ拡散係数) モデル中のパラメータの値はLaunder&Spalding<sup>1)</sup>の値とした。

3. 境界条件 浮遊砂流の計算において、境界条件の与え方については、いくつかの議論があるがここでは次のような条件を与える。すなわち、水面ではせん断応力は零、浮遊砂の直角方向のfluxは零、kとεには対称条件を与える。底面では、乱流モデルで通常よく用いられる壁関数法を用いた。また、壁近くにおいては、流速分布はLog-Linear則も考えられているが、ここでは対数則分布を考える。

水面 ( $\eta = 1$ ) において

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = 0 \quad \frac{\partial k}{\partial \eta} = 0$$

$$\frac{v_s}{u_{*0}} c + \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial \eta} = 0 \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial \eta} = 0$$

底面 ( $\eta = 0$ ) において

$$c = 1 \quad \epsilon = h/\chi z_0$$

$$u = \frac{1}{\chi} \ln \left( \frac{z_0}{k_s} \right) + A_s \quad (A_s = 8.5) \quad k = \frac{1}{\sqrt{c_M}}$$

ここで、 $z_0$ は境界条件を与える底面からの距離。

4. 計算結果と実験結果との比較 計算条件は、

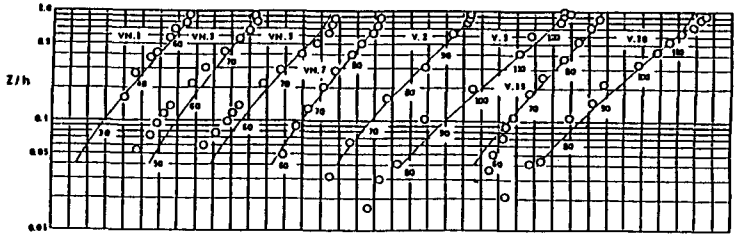
Vanoni&Nomikos<sup>2)</sup>のRun1, 3, 5, 7とVanoni<sup>1)</sup>のRun2, 5, 15, 20の水理条件を与え、実験結果の流速、濃度分布と最も良く一致するように $\sigma_t$ 、 $c_{3\epsilon}$ の値を同定した。表-1に同定されたパラメータおよび水理条件を与える。また、図-2に流速と濃度分布の実験値と計算値との比較を示す。この図から、k-εモデルで適

切なパラメータの値を選択してやれば実験結果をかなりの精度で表現できることがわかる。また、表-1において、底面砂の中央粒径 $k_D$ と計算から得られた相当粗度 $k_s$ は、dunes があると報告されているVN.1を除いて、ほぼ同程度のオーダーであり妥当な値であろう。この $k_s$ と $R_i$ 数の関係を $k_D$ をパラメータとして示したのが図-3であるが、 $k_s$ と $R_i$ 数の間には明確な関係はないようである。 $k_s$ は $k_D$ と関係して

Run. No	q cm <sup>2</sup> /s	q <sub>0</sub> cm <sup>2</sup> /s	h cm	$\theta$	D <sub>s</sub> mm	v <sub>s</sub> cm/s	k <sub>s</sub> cm	k <sub>D</sub> mm	$\sigma_1$	C <sub>FE</sub>	C <sub>s</sub>	R <sub>i</sub>
VN. 1	382	.512	8.66	.00250	.105	.945	.941	.105	1.2	1.0	.006	4.0
3	500	.612	7.44	.00200	.105	.945	.018	.105	1.7	3.0	.014	11.8
5	571	.678	7.83	.00206	.105	.945	.020	.105	1.8	6.0	.020	15.6
7	608	.183	7.79	.00258	.161	1.890	.016	.161	1.3	1.0	.006	3.7
V. 2	823	.086	9.62	.00250	.160	1.372	.053	.470	2.5	1.0	.001	1.9
5	1653	.417	15.04	.00250	.160	1.798	.046	.470	2.4	1.0	.009	5.6
15	654	.160	8.31	.00250	.160	1.759	.039	.880	2.1	1.0	.012	7.9
20	1433	.414	14.09	.00230	.100	.869	.066	.880	2.9	1.0	.002	1.6

表-1 水理条件と計算条件

おり、VN.1ではdunesの波高に相当した値になっている。次に $1/\sigma_1$ と $R_i$ 数を浮遊砂の中央粒径 $D_s$ をパラメータとして見たのが、図-4である。福嶋<sup>3)</sup>は、 $R_i$ 数の増加、つまり密度成層の安定性の増加にしたがって $1/\sigma_1$ は減少すると報告したが、 $1/\sigma_1$ は $R_i$ 数のある値までは $R_i$ 数の増加とともに増大し、ある $R_i$ 数の値を越えると $R_i$ 数の増加に伴って減少する傾向がみられる。また $1/\sigma_1$ と浮遊砂の沈降速度 $v_s$ と摩擦速度 $u_{\tau 0}$ の比との関係を図-5に示す。この図から、同一粒径の浮遊砂であっても沈降速度と摩擦速度の比が大きいほど $1/\sigma_1$ は大きくなることがわかる。



U (cm/sec)

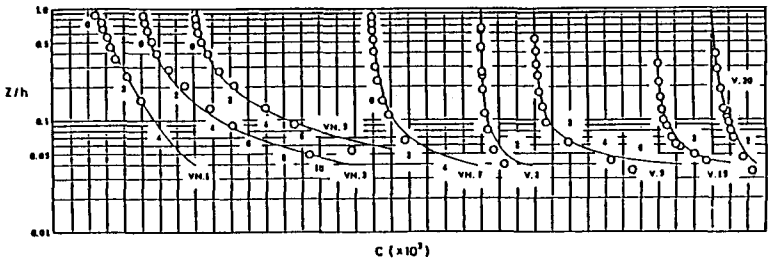
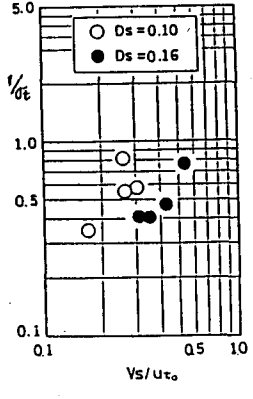
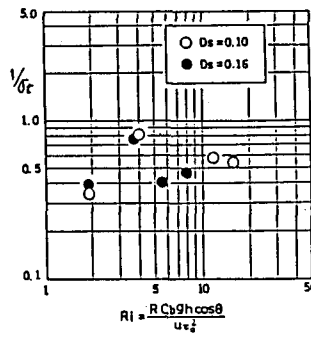
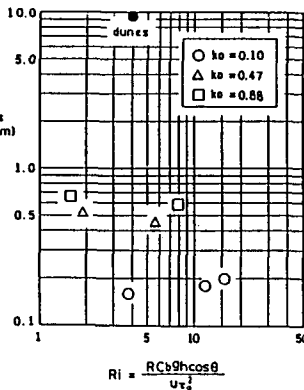


図-2 流速、濃度分布の比較

5. 結論

1) 浮遊砂流に対して、適切なパラメータの値を選択することによって、 $k-\epsilon$ 乱流モデルを適用することは可能である。2) 乱流拡散係数 $\Gamma$ と渦動粘性係数 $\nu_t$



の比である $1/\sigma_1$  図-3.  $k_s$ と $R_i$ 数の関係 図-4.  $1/\sigma_1$ と $R_i$ 数の関係 図-5.  $1/\sigma_1$ と $v_s/u_{\tau 0}$ の関係は、あるリチャードソン数の値までリチャードソン数の増加に伴って増加し、ある値を越えるとリチャードソン数の増加に伴って減少する傾向がある。3) また、 $1/\sigma_1$ は、浮遊砂の沈降速度と摩擦速度の比の関数であることもわかった。

(1) Vanoni, V. A., Trans. of ASCE, 111, 1946 (2) Vanoni & Nomicos, Trans. of ASCE, 125, 1960 (3) 福嶋祐介、水理講演会論文集, 1986 (4) Rodi, W., State of the Arts paper, IAHR, 1980