

II-150

Turbulent Reynolds数が低い領域を含む乱流モデルの適用について

京都大学大学院 学生員 伊藤 邦展
 京都大学工学部 正員 岩佐 義朗
 広島大学工学部 正員 細田 尚

1. 序論: 本研究は, turbulent Reynolds数の低い領域を含むk-εモデルを開水路流れに適用し, 乱流から層流への遷移について検討し, 次に, 高次の乱流モデルを用いて, 乱れエネルギーを各方向に配分し, 従来の実験結果と比較検討した。

2. k-εモデルによる乱流から層流への遷移に関する数値実験; 座標系ならびに記号を図-1のように考えて, 基礎式は次のようになる。等流を考慮しており, 水理量のx方向の変化はない。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 1 + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\alpha + D \right) \frac{\partial U}{\partial y} \right\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} = D \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \epsilon + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{D}{\sigma_k} + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} - 2\alpha \left(\frac{\partial k}{\partial y} \right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} D \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{D}{\sigma_\epsilon} + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right\} + 2.0 \frac{1}{2} D \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \quad (3)$$

ここで, 渦動粘性係数Dはturbulent Reynolds数が低い領域を考慮して次式で表す。

$$D = C_{\mu} f_{\mu} \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4) \quad f_{\mu} = \exp \left\{ -\frac{2.5}{1 + Re_T/50} \right\} \quad (5)$$

αは無次元パラメータで, α = hu_{*²と定義される。定数の値は,}

C_μ = 0.09, C_{ε1} = 1.44, C_{ε2} = 1.92, σ_k = 1.0, σ_ε = 1.3を用いる。また式中の'は次の様な無次元量を表している。

$$U = y/h, \quad y = y/h, \quad t = U_* y/h, \quad k = k/u_*^2, \quad \epsilon = \epsilon h/u_*^3, \quad D = D/uh \quad (\text{ここで, } u_* = \sqrt{gh \sin \theta})$$

境界条件は, 自由表面上で, ∂y²U|_{y=1} = 0とし, 路床上で, U|_{y=0} = 0, ε|_{y=0} = 0, k|_{y=0} = 0とした。初期条件は, U = U₀Y, k = k₀, ε = ε₀と与えた。格子間隔は, 水深を50等分し, さらに, 粘性底層を考慮するため最下層を10等分したものをを用いた。(1)~(3)式を離散化し, 定常になるまで時間発展をとり, 数値実験のパラメータを表1に示す。

Run 8 を例にとり(3)式中のf₂の表示と次のようにし, f₂の影響について比較検討した。

$$f_2 = 1.0 - \frac{0.176}{10 + 0.354 \exp(0.95 \cdot \ln(\frac{4}{Re_T}))} \quad (6-a) \quad f_2 = 1.0 - 0.3 \exp(-Re_T^2) \quad (6-b)$$

流速の鉛直分布を図-2に示す。図には次式で表せる層流の流速分布・対数則も示してある。

$$\text{層流の流速分布; } U = \frac{g}{2\nu} \sin \theta \left(hy - \frac{y^2}{2} \right) \quad (7) \quad \text{対数則; } \frac{U}{u_*} = \frac{1}{K} \ln \frac{u_* y}{\nu} + A_s \quad (8)$$

ここで, K, A_sは浅野に従い, K = 0.33, A_s = 2.2としている。両者はほぼ一致しておりf₂の関数形による計算結果の違いはみられないが, 本研究では(6-a)を用いる。図-3には, 抵抗係数f'とReynolds数の関係を示す。図には層流の流速分布と, 乱流域では浅野の実験式も示してある。

$$f' = 6/Re \quad (\text{層流}) \quad (9-a) \quad f' = 0.059 Re^{-1/4} \quad (\text{乱流}) \quad (9-b)$$

層流域では, 計算結果は(7)式とよく一致しており, 乱流域では計算結果の方がやや大きい値を示しているがほぼ一致していると思われる。図-4には, Run1~5の流速分布を示す。それぞれ層流の流速分布に一致している。図-5には, Run6~11の流速分布を示す, Run 11

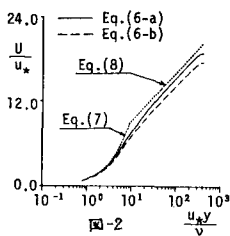


図-2

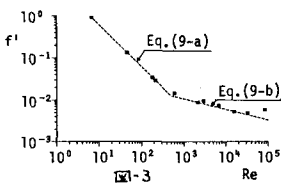


図-3

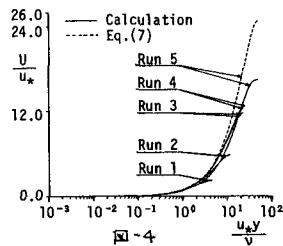


図-4

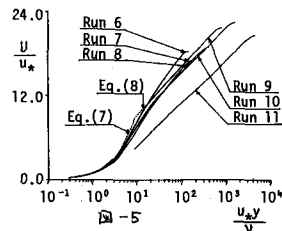


図-5

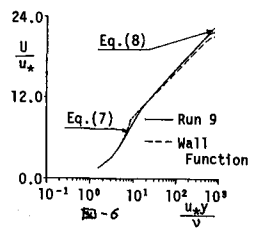


図-6

Run No.	α
Run 1	4.43 × 10 ⁰
Run 2	1.15 × 10 ¹
Run 3	2.30 × 10 ¹
Run 4	2.48 × 10 ¹
Run 5	4.95 × 10 ¹
Run 6	1.40 × 10 ²
Run 7	1.98 × 10 ²
Run 8	3.95 × 10 ²
Run 9	7.83 × 10 ²
Run 10	1.57 × 10 ³
Run 11	4.43 × 10 ³

図-1

表-1

と除いて、層流の流速分布、対数則にはほぼ一致している。Run 11に関しては、粘性底層での格子間隔が大きすぎるため対数則に適合していないと考えられる。図-6は、Run 9を例にとり、路床近傍の $y = \delta z$ 、 $U = U_b$ 、 $\varepsilon = \varepsilon_b$ 、 $k = k_b$ と与える wall function法と比較したもので、 U_b 、 ε_b 、 k_b は次式で与えられる。

$$\frac{U_b}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \alpha y' + A_s \quad (10) \quad \frac{k_b}{u_*^2} = \frac{U_*^2}{\alpha u_*^2} \quad (11) \quad \frac{\varepsilon_b}{u_*^3} = \frac{1}{k} \left(\frac{\delta}{h}\right)^{-1} \quad (12)$$

両者はほぼ一致している。図-7、図-8は、Run 6~11 の k と ε の鉛直分布を示したものである。図-7には、(11)式、

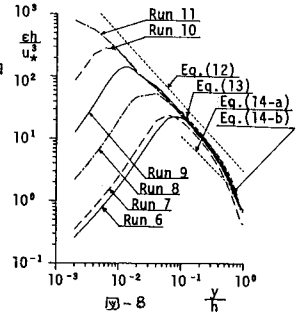
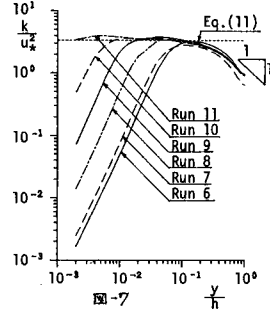
図-8には、(12)式および赤澤と浅野の提案する式

$$\text{赤澤; } \frac{\varepsilon_h}{u_*^3} = 3(1-y')^{2.5}/y' \quad (13)$$

$$\text{浅野; } \frac{\varepsilon_h}{u_*^3} = 1.1 y'^{-1} \quad (0.1 < y' < 0.6) \quad (14-a)$$

$$= 0.63 y'^{-2} \quad (0.1 < y' < 0.9) \quad (14-b)$$

も示してある。図-7より、 k は、 $y' > 0.4 z$ で、1乗で減衰し、壁面付近では(11)式とほぼ一致している。また、図-8より、 ε は実験値とほぼ一致しており、壁面付近では(12)式とほぼ一致している。



3. 乱れエネルギーの配分; 高次の乱流モデルを簡略化し、次式で k の配分を考える。流速 U

と乱れエネルギー散逸率 ε は第2章の結果を固定した。

$$\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial t} = -2\overline{u'v'} \frac{\partial U}{\partial y} - C_1(\overline{u'^2}k) - \frac{(C_1+8)}{11}(-2\overline{u'v'} \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{2}{3}P) - \frac{(8C_2-2)}{11}(-\frac{2}{3}P) + \frac{2}{3}y(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial y} + D \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial y}) - \frac{2}{3}\varepsilon \{ (1-f_s) + \frac{\overline{u'^2}}{3k} f_s \} \quad (15)$$

$$\frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial t} = -C_1 k (\overline{v'^2}k) - \frac{(C_1+8)}{11}(-\frac{2}{3}P) - \frac{(8C_2-2)}{11}(-2\overline{u'v'} \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{2}{3}P) + \frac{2}{3}y(\frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} + D \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y}) - \frac{2}{3}\varepsilon \{ (1-f_s) + \frac{\overline{v'^2}}{3k} f_s \} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial t} = -C_1 k (\overline{w'^2}k) - \frac{(C_1+8)}{11}(-\frac{2}{3}P) - \frac{(8C_2-2)}{11}(-\frac{2}{3}P) + \frac{2}{3}y(\frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial y} + D \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial y}) - \frac{2}{3}\varepsilon \{ (1-f_s) + \frac{\overline{w'^2}}{3k} f_s \} \quad (17)$$

Run	α
(1,2)-1	1.40x10 ²
2	3.96x10 ²
3	1.57x10 ³
4	4.43x10 ³

表-2

乱れエネルギー k は定義より $k = \frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{2}$ であり、また、 $-\overline{u'v'} = D \frac{\partial U}{\partial y}$ 、 $D = C_u \frac{u_*^2}{\varepsilon}$ 、 $P = -\overline{u'v'} \frac{\partial U}{\partial y}$ 、 $f_s = \frac{1}{1 + 0.1 Re_T}$ 。定数は、 $C_1=1.5$ 、 $C_2=0.4$ 、 $C_{e1}=144$ 、 $C_{e2}=1.92$ 、 $D_0=1.0$ 、 $D_1=1.3$ 。初期条件として k - ε モデルで求めた U 、 k 、 ε を用いた。 U 、 ε をそのまま固定し、 k を(15)~(17)式で配分する。 $\overline{u'^2}$ 、 $\overline{v'^2}$ 、 $\overline{w'^2}$ の初期条件は、 $\overline{u'^2} = 2k$ 、 $\overline{v'^2} = 0$ 、 $\overline{w'^2} = 0$ である。境界条件は、水路床 $y=0$ で $\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2} = 0$ 、 $y=h$ で Run 1 では $\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial y} = 0$ 、 $\overline{v'^2} = 0$ 、 $\frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial y} = 0$ 、Run 2 では $\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial y} = \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} = \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial y} = 0$ である。数値実験のパラメータ $\alpha = h u_*^3$ を表-2に示す。

(15)~(17)式を差分化し、上記の初期条件、境界条件と与えて、定常になるまで収束計算を繰返した。図9~図11に Run 1 の、図12~図14に Run 2 の u' 、 v' 、 w' の鉛直分布を示す。(簡略化のため、 $u' = \sqrt{\overline{u'^2}}$ 、 $v' = \sqrt{\overline{v'^2}}$ 、 $w' = \sqrt{\overline{w'^2}}$ とおいた。) 図9~図14より、 v' の境界条件にかかわらず、 $u' > w' > v'$ となっていることがわかる。図15、図16は u' の分布形に付いて浅野の提案する式

$$\frac{u'}{u_* (U/u_*)^{1/3}} = 0.42 y'^{-1/3} \quad (0.1 < y' < 0.6) \quad (18-a)$$

$$= 0.35 y'^{-2/3} \quad (0.6 < y' < 0.9) \quad (18-b)$$

と比較したものである。 α によって多少の違いはあるがほぼ一致している。

[参考文献] 1) 細田, 赤津, 余越; 京大防災年報, 1984, 2) 細田, 余越; 第30回会議, 1986, 3) Jones and Launder; J.I.H.M.T., Vol.15, 1972, 4) 浅野; 京大学位論文, 1980, 5) 赤津; 京大学位論文, 1977, 6) Hanjalic and Launder; J.F.M., Vol.74, 1976

