II-122　熱対流が作用する密度成層場の乱流構造に関する一モデル化

大阪大学大学院　学生員　阪口進一
大阪大学工学部　正　員　室田　明
大阪大学工学部　正　員　道奥康治

1.まえがき：水温成層化した停滞水域では水面冷却による対流運動が水質混合に対し支配的な役割を果たす。著者等はこれまで熱的擾乱による水温成層場での鉛直混合過程に関して水理実験を行ない連行則等を経験的に導出した。しかし著者等のものを含め実験モデルは一般に単純化されたものであり，より多様で複雑な場合の現象にまで研究を進展させるためには乱流構造を把握し混合機構を解明しなければならない。本研究はこれまでの実験成果に基づいて底面から加熱される水温二成層系をモデル化し乱流構造を解析するものである。本モデルは一方程式モデルに属する簡単なものであるが実験あるいは現地観測で得られた乱流特性を精度よく再現できる。

2.乱れエネルギー平衡式と熱保存式：対象とする現象は平均流のせん断効果が存在せず乱れの卓越した場である。水温成層場の変遷は緩やかであり乱れエネルギーの時間変化率は小さいと考える。このとき鉛直一次元の乱れエネルギー平衡式は次のように簡略化される。

$$-\underbrace{\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\overline{w'p'}}{\rho_0}+\frac{1}{2}\overline{w'q^2}\right)}_{(\mathrm{I})}+\underbrace{\alpha g\,\overline{w'T'}}_{(\mathrm{II})}-\underbrace{\epsilon}_{(\mathrm{III})}=0 \qquad (1)$$

ここにρ_0;基準密度，T'：温度の変動成分，w':鉛直方向流速変動成分，p'：圧力変動成分，$1/2q^2$:乱れのエネルギー，α：熱膨張率，g：重力加速度，ϵ：粘性逸散量である。　第一項は圧力と乱れによる運動エネルギーの拡散輸送項であり，第二項は浮力エネルギー輸送量，第三項は逸散項である。(1)式中の拡散項・逸散項について次式のような関数形を仮定する。

拡散項　$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\overline{w'p'}}{\rho_0}+\frac{1}{2}\overline{w'q^2}\right)=\frac{d}{dz}\left(w_f^3\right)$　(2)　　逸散項　$\epsilon=B\frac{w_f^3}{l_f}$　(3)

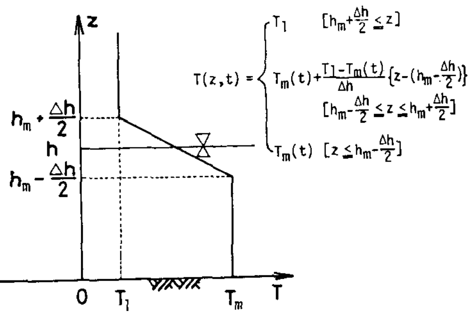
ここにw_f：熱対流による乱れ速度，l_f：乱れの長さスケール，B：逸散に関する経験定数である。

一方鉛直一次元性を仮定した熱保存式は次の様に表される。

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\kappa_T\frac{\partial T}{\partial z}-\overline{w'T'}\right)\equiv-\frac{\partial}{\partial z}Q(z) \quad (4)$$

ここにκ_Tは熱拡散係数，$Q(z)\equiv-\kappa_T\frac{\partial T}{\partial z}+\overline{w'T'}$：全熱エネルギーフラックスである。

3.モデル化：ここで水温分布形を図－1のようにモデル化し図中T(z,t)の式を (4)式中の$\partial T/\partial t$の中に代入する。このとき無次元水温遷移層厚さ$\chi=d(\Delta h)/dt$の時間変化率$d\chi/dt$は小さくペクレ数等の水理量にのみ依存するという実験事実から$d(\Delta h)/dt=\chi\, dh_m/dt$とおく。さらに熱拡散効果が十分小さいことから$Q(z)\fallingdotseq\overline{w'T'}$とおいて (4)式をzで積分すると熱フラックス$\overline{w'T'}$の分布式は次の様に表される。



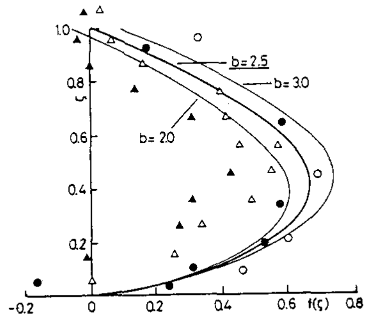
図－1　水温分布のモデル化

$$Q(z)=H_s(1-z/h_m)-E_f\cdot Ri_f\cdot H_s\cdot z/h_m \quad (0\le z\le h_m-\Delta h/2) \qquad (5)$$

$$Q(z)=H_s\left[1-z/h_m+\frac{\{z-(h_m-\Delta h/2)\}^2}{2h_m\Delta h}\right]-E_f\cdot Ri_f\cdot H_s\left[\frac{z}{h_m}-\frac{\{z-(h_m-\Delta h/2)\}^2}{2h_m\Delta h}-\frac{\{z-(h_m-\Delta h/2)\}}{\Delta h}-\left\{\frac{(z-h_m)^2}{\Delta h}-\frac{1}{4}\right\}\frac{\chi}{2}\right]$$

$$(h_m-\Delta h/2\le z\le h_m+\Delta h/2) \qquad (6)$$

ここにHs：底面から供給される熱フラックス（cm℃/sec），$E_f=(dh_m/dt)/u_f$：連行率，$Ri_f=\alpha(T_1-T_{m(t)})\cdot gh_m/u_f^2$：リチャードソン数，$u_f=(\alpha gHsh_m)^{1/3}$：対流代表速度である。ここで著者等の実験から得られた連行則によれば$E_fRi_f\equiv C_2\equiv 0.45$なる定数をとる。



図－2　f(ζ) の分布

熱対流場では乱れの長さスケールl_fと対流層厚h_mとの比は鉛直方向にほぼ一定であることが実験的に知られている。また乱れ速度W_fは対流層の中央付近で最大値をとる。これよりl_f, W_f をそれぞれ次の様におく。

長さスケール　$l_f=\gamma\cdot h_m$　(7)

対流速度　$w_f=u_f\cdot f(\zeta)^{1/3}$　(8)

ここにγ：定数，$f(\zeta)$：対流層内の相対位置$\zeta=(z/h_m)$の関数である。(2),(3)式に(7),(8)式の関数形を代入すれば拡散項・逸散項は次式のようになる。

$$-\frac{d}{dz}\left(w_f^3\right)=-u_f^3\frac{d}{dz}\left(f(\zeta)\right)\qquad(9)$$

$$-B\frac{w_f^3}{l_f}=-B\frac{u_f^3}{l_f}\cdot f(\zeta)\qquad(10)$$

以上より無次元化されたエネルギー平衡式は次の様に得られる。

$$-\frac{df}{d\zeta}+q(\zeta)-b\cdot f(\zeta)=0\qquad(11)$$

ここで$q(\zeta)=Q(\zeta)/Hs$は無次元浮力フラックスであり(5),(6)式から次式で表される。

$$q(\zeta)=1-(1+C_2)\zeta\qquad(0\leq\zeta\leq 1-\chi/2)\qquad(12)$$

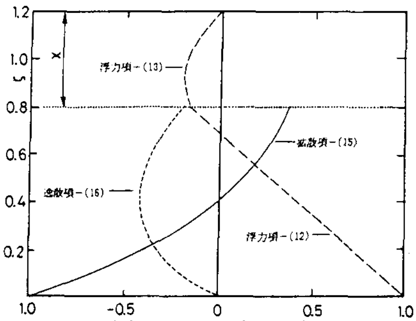
$$q(\zeta)=1-\zeta+\frac{\{\zeta-(1-\chi/2)\}^2}{2\chi}-C_2\left[\zeta-\frac{\{\zeta-(1-\chi/2)\}^2}{2\chi}-\frac{\{\zeta-(1-\chi/2)\}}{\chi}-\frac{\chi}{2}\left\{\frac{(\zeta-1)^2}{\chi^2}-\frac{1}{4}\right\}\right]\qquad(13)$$

$$(1-\chi/2\leq\zeta\leq 1+\chi/2)$$

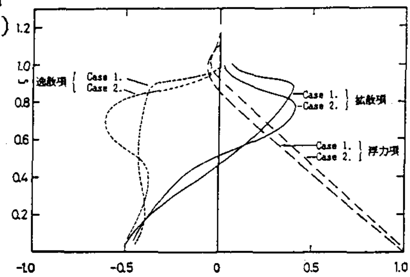
$\zeta=0$ で$f(\zeta)=0$ なる境界条件のもとに$f(\zeta)$ について解けば次式を得る。

$$f(\zeta)=\frac{1}{b}\{1-\exp(-b\zeta)\}+\frac{1}{b^2}(C_2+1)\{b\zeta-1+\exp(-b\zeta)\}\qquad(14)$$

(14)式中　未知数は$b(=B/\gamma)$のみとなる。WillisとDeardorffによる実験値（図－2）[2]との比較から，b≒2～3 程度の値が適合するようであり本研究では　b＝2.5 を採用する。



図－3　各項の分布



図－4 Willis らによる実験結果

4.<u>各項の寄与</u>：(14)式の$f(\zeta)$の解より無次元エネルギー平衡式中の各項はそれぞれ次のように求まる。

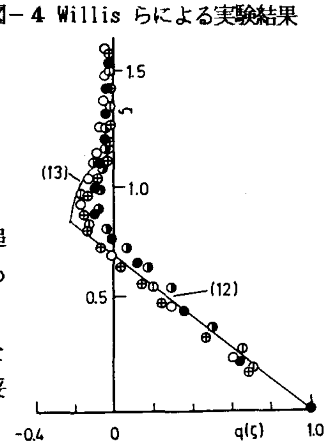
(Ⅰ) 拡散項 $-\frac{df}{d\zeta}=-\exp(-b\zeta)+\frac{C_2+1}{b}\{1-\exp(-b\zeta)\}$　(15)

(Ⅱ) 逸散項 $-b\cdot f=-\{1-\exp(-b\zeta)\}+\frac{C_2+1}{b}\{b\zeta-1+\exp(-b\zeta)\}$　(16)

(Ⅲ) 浮力項 (12),(13)式で与えられる。

各項の鉛直分布を図－3に示す。図－4はWillis[2]らがトレーサの軌道追跡からもとめた実験値である。両図の比較より極端に単純化された仮定であるにもかかわらず各項の分布形が本解析によってよく再現されている。

5.<u>熱フラックスの分布</u>：水温二成層を底面から加熱した熱対流場の実験値と(12),(13)式との比較を図－5に示す。両者に良い一致が見られ連行則の妥当性と解析の有効性が確認される。



図－5　実験値と(12)，(13)式との比較

参考文献：1) 室田・道奥：土木学会論文集，第 369号／Ⅱ-5,1986.
2) Willis,G.E.and J.W.Deardorff: J.Atmos.Sci.,vol.31,1974.