

東京大学工学部 正員 玉井 信行  
 東京大学工学部 正員 浅枝 隆  
 東京大学大学院 学生員 ○中井 正則

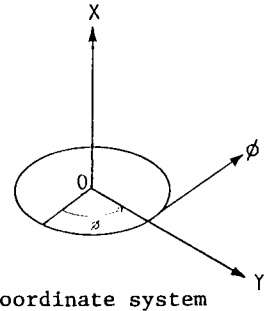
1 まえがき

成層化した湖、貯水池および海域の表層が冷却される際の混合においては、密度界面でペネトレーションと呼ばれる現象が生じる<sup>1)</sup>。この現象は平均流の存在しない場で、密度界面に渦が衝突し、他層の流体を巻き込む現象である。その際、渦と周囲流体との間の流速差および密度勾配と圧力勾配との方向が異なることにより、新しく渦度が生じ、極めて複雑な現象となる。この現象は連行のメカニズムを解明する上で非常に重要である。以上の点を踏まえて、新しく生じる渦度を理論的に評価をすることによって、密度界面における渦の運動を説明し、その結果を実験結果と比較した。

2 理論展開

本研究で行なった解析は大きく二段階に分かれる。

(1) 渦層の生成の解析 静止した安定成層中の密度急変点付近を上昇しつつある渦輪においては、上昇速度は負の浮力によって減少するものの、渦輪内の回転流速は変化しないために周囲流体との間に流速差が生じる。この流速差と密度勾配と圧力勾配の方向が異なることの2つの効果によって、渦輪の表面に渦輪自身の渦度と反対の符号の渦度が生じる。この渦度を任意の時間について渦度方程式を基礎として評価する。密度界面に衝突する渦輪はHillの球形渦とし、渦輪は変形しないことを仮定した。基礎方程式は軸対称流れ場に対する $\phi$ 方向( $\phi$ :対称軸まわりの方位角)の渦度方程式(1)を用いる<sup>2)</sup>。なお、座標系はFig.1に示す。



$$r \sin \theta \frac{\partial}{\partial t}(k) - \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta}(k) - \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r}(k) \right\} = \frac{g}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial r} \sin \theta + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \cos \theta \right) \quad (1)$$

ここで、 $\psi, k$  は各々軸対称流れ場に対する流れ関数、渦度、 $\rho$  は密度、 $g$  は重力加速度、 $t$  は時間である。以上の量を次式のように無次元化する。ただし、\*をつけた量が無次元量である。

$$\psi = Ua^2 \psi^*, \quad k = \frac{U}{a} k^*, \quad r = ar^*, \quad t = \frac{U}{(\Delta\rho/\rho)g} t^* \quad (2)$$

ここで、 $U, a, \Delta\rho$  は各々、球形渦の上昇速度、球形渦の半径、上下層の密度差である。流れ場の流れ関数 $\psi$ をRichardson数  $Ri$  ( $= (\Delta\rho/\rho)ga/U^2$ ) の逆数を摂動パラメータとして、次式のように摂動展開する。

$$\psi = \psi_0 + \alpha\psi_1 \quad (3)$$

ここで、 $\alpha = 1/Ri$  である。 $\psi_0$  は球形渦による流れ関数、 $\psi_1$  は密度差の効果によって生じる流れ関数である。 $\psi_0, \psi_1$  はともに渦輪内部にのみ生じ、渦輪外部には生じない。すなわち、渦輪表面付近に $\psi_0, \psi_1$  の急変する渦層を仮定し、新しく生じた反対向きの渦度はその層内のみ生成されるとする。密度分布はFig.2で示される分布とする。以上より、渦輪表面の渦層に生じる渦度を渦度方程式(1)を基礎として極めて厳密に評価した。

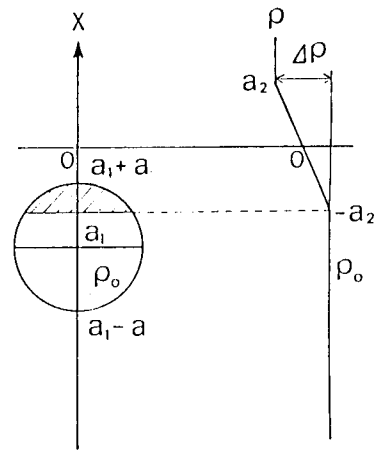


Fig.2 density distribution

(2) 渦層の変形の解析 (1)で評価した渦度を渦層内で積分することによって循環を算出する。この層を等価な円形渦糸群に置き換え、その渦糸の運動を解析することによって渦層の変形過程を追跡する。

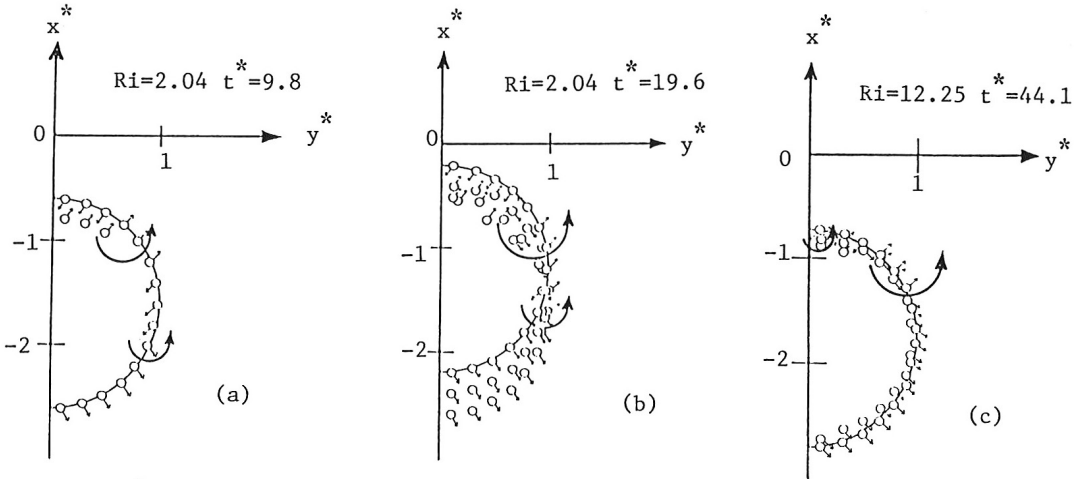


Fig.3 distribution of the calculated vortex filaments

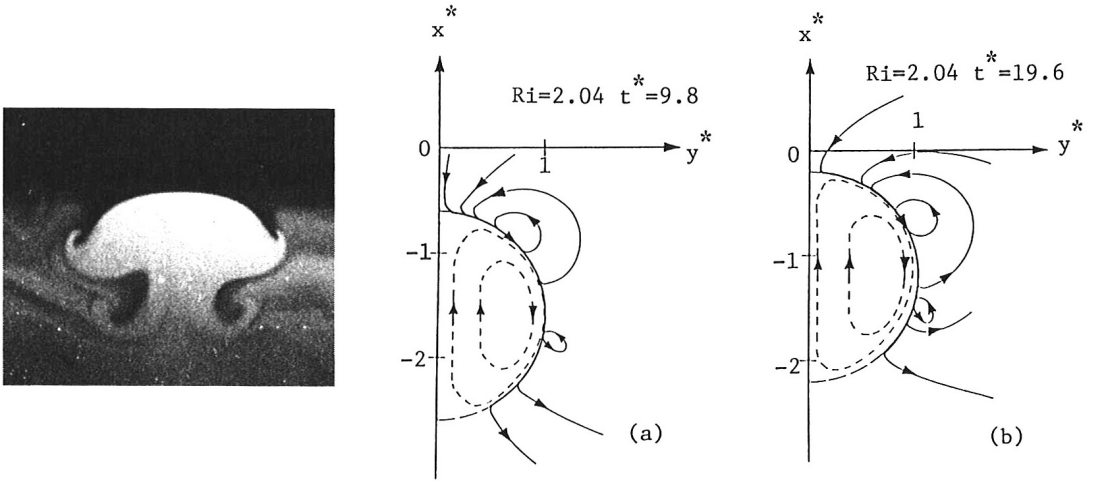


Fig.4 visualized deformed vortex ring

Fig.5 streamline

### 3 実験結果との比較

Fig.3 に渦層の変形の理論解析結果を、Fig.4 に実験結果を示す。Fig.3(a),(b)は式(3)における第1項の効果のみを考慮した結果であり、非線形慣性項は微小として無視してある。Fig.3(c)は式(5)の2項ともを考慮した結果である。丸印は渦糸の位置を、矢印は渦糸の運動の方向を示している。ただし、矢印は渦糸の座標を原点としての第1象限から第4象限の別を示しているにすぎない。これらの結果から渦層の表面に反対向きの環状循環流が2段に生じることが理論的に説明できる。これは、Fig.4の結果を非常によく説明している。また、Fig.6にFig.3(a),(b)に対応する流線を示す。これによっても、反対向きの環状循環流が2段に生じることがわかる。

理論解析結果と実験結果とを比較すれば、解析における環状循環流の発生位置と実験におけるそれとの間にずれがみられるが、解析と実験において初期の  $Ri$  に差があること、解析においては時間が経過した後も元の渦輪は変形しないと仮定していることなどの差を考慮すれば、十分に現象を再現できるものと思われる。

参考文献 1) Saunders,P.M.: Tellus 14,1962, 2)Asaeda,T.,Tamai,N.,Nakai,M.: 第3回アジア流体力学学会,1986, 3)玉井,浅枝: 第11回流れの可視化シンポジウム,1983