

II-114 水面突入流れによる混入空気量と気泡停滞深さ

西日本工業大学 正 赤司 信義

西日本工業大学 正○石川 誠

山口大学工学部 正 斎藤 隆

1. はじめに 落下水脈が水面に突入する際には多量の空気泡が水中に混入され、水面突入後の流れは混入空気泡の浮力効果によって著しく減勢されている。しかし、これまでのところ水脈の水面突入に伴う混入空気量や混入空気量と流れの減勢特性との関係はほとんど明らかにされていない。又、水中への空気混入機構も現在のところ明らかではないが、本研究では水脈の落下高が小さい場合（水脈が水滴化せず、水脈と静水面との境界で空気が混入されていると思われる場合）を対象として混入空気量や水深が十分深い場合において形成される気泡停滞深さを実験的に明らかにし、水面突入流れを負の浮力をもつ密度噴流とみなした解析結果と比較検討したものである。

2. 実験装置とその方法 実験水槽は 3m×1m×0.2m の両面アクリル鋼枠製水槽で、水槽中央上部に幅 1 cm 及び 2cm のノズルを設けた。ノズルから水面までの落下高 2~30cm、ノズルでの噴出速度は 1

3m/s とした。水流速度 u は総圧孔径 0.5mm のプラントル型ピト一管で又、気泡存在率（ボイド率 f ）はボイドプローブにて測定した。混入空気量は水面より 3cm 程度下の水平断面の速度分布、ボイド分布をもとにして $q_a = 2f^{\infty}(u - u_b)dy$ によって求めた。 u_b は気泡と水流との相対速度で 25cm/s とした。

3. 実験結果とその検討 図1は流れの概略を示したものである。図2は混入空気量 q_a と水流量 q_a との比を示したもので次元解析的には $q_a/q = f(u_0 b_0 / v, u_0 / \sqrt{gH}, H/b_0)$ と示されることから q_a/q と個々の無次元量との関数関係を残りの無次量が一定の場合に対して求めると、 $q_a/q \sim (u_0 b_0 / v)^{1.4}$, $q_a/q \sim (u_0 / \sqrt{gH})^{0.6}$, $q_a/q \sim (H/b_0)^{0.9}$ となっていたことから、 q_a/q がこれらの積に比例すると仮定して示したものである。空気混入の境界条件は明らかではないが、ここでは図中に示す点線で表されるとする式と示される。

$$\frac{q_a}{q} = 8.2 \times 10^{-9} \cdot (F_a - 2 \times 10^6), \quad F_a = \left(\frac{u_0 b_0}{v}\right)^{1.4} \cdot \left(\frac{u_0}{\sqrt{gH}}\right)^{0.6} \cdot \left(\frac{H}{b_0}\right)^{0.9} \quad \dots \quad (1)$$

気泡停滞深さ X_e (図3) についても同様な考察のもとに関数関係を求める X_e/b_0 は $(u_0 b_0 / v)^{0.93}$, $(u_0 / \sqrt{gH})^{0.93}$, $(H/b_0)^{0.67}$ にほぼ比例していたことより、これらの積に比例すると考えると $X_e/b_0 \sim (u_0 b_0 / v)^{0.93} \cdot (u_0 / \sqrt{gH})^{0.93} \cdot (H/b_0)^{0.67}$ となり、この式を書き直すと $X_e/H \sim (\sqrt{gH} \cdot H/v)^{-0.93}$

となる。この関係に基づいて実験結果を示したものが図3である。図中の実線はデータの平均線で実験式化すると次式となる。

$$X_e/H = 2.457 \times 10^5 (\sqrt{gH} \cdot H/v)^{-0.93} \quad \dots \quad (2)$$

さて、水面突入後の流れのボイド率を f とすると流れの平均的密度 ρ は $\rho = f\rho_a + (1-f)\rho_w$ と示され、近似的には $f = (\rho_w - \rho)/\rho_w$ となる。又水面突入点で一様なボイド分布をもつとすると水流量 $q = (1-f_0)u_i b_i$ 、空気流量 $q_a = f_0(u_i - u_b) \cdot b_i$ となり、これらの式で気泡の浮上速度 u_b を u_i に対して、又 q_a を q に対して無視すれば $f_0 = q_a/q$ と示される。水面突入後の流れの水流速度分布及びボイド分布関数を $u/u_m = \exp(-y^2/y_w^2)$, $f/f_w = \exp(-y^2/\lambda^2 \cdot y_a^2)$ で仮定し、流れの下降過程のみを対象とすれば (3)~(5) 式の質量保存則、運動量保存則、輸送物質保存則を適用することができる。(3),(4) 式中のボイド率 f を、又(5) 式における u_b を無視して気泡の存在効果を浮力項のみでとらえれば、軸対象密度噴流に関するモルトンの解法を適用することができる。(3)~(5) 式の解(6)~(8) 式に基づいて気泡停滞深さを検討してみる。流れの代表値 u_m, y_w, f_m は(6)~(8)式より(9)~(11)式と示される。さて、気泡の停滞する深さでは u_m が u_b に等しいから、 u_m を u_b とした(9)式と(7)式からそこでの $M_*(M_*e)$ が次式と求められる。

$$M_*e = (k^3 u_b^* / (2 + k^3 u_b^*))^{1/3}, \quad k = \sqrt{2} \alpha^{1/3} / (1 + \lambda^2)^{1/6}, \quad u_b^* = (u_i^2 / f_0 g b_i) (u_b / u_i)^3 \quad \dots \quad (12)$$

そして気泡停滞深さ X_{*e} は上式を(6)式に代入して求められる。この結果を示したものが図4中の実線で、この関係の近似式は次式と示され、図4中に点線で示した。

$$X_{*e} = \{0.142 \cdot (u_b^* + 9.1)\}^{-2/3} \quad \dots \quad (13)$$

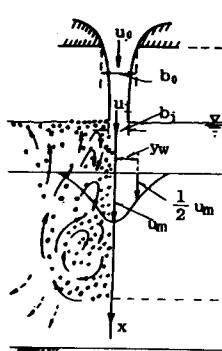


図1 流れの概略

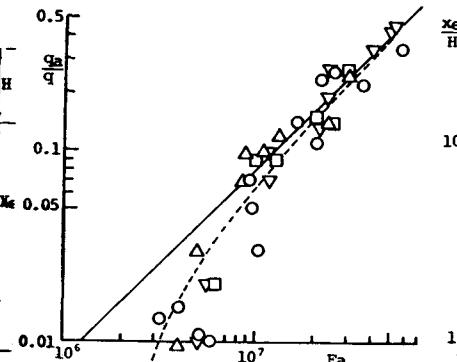


図2 混入空気量

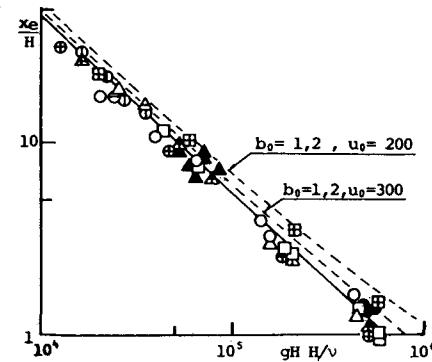


図3 気泡停滞深さ

$$\frac{dQ}{dx} = 2\alpha u_m, Q = 2f_0^\infty (1-f)u^2 dy \quad \text{--- (3)}$$

$$\frac{dM}{dx} = 2f_0^\infty f g dy, M = 2f_0^\infty (1-f)u^2 dy \quad \text{--- (4)}$$

$$\frac{dB_y}{dx} = 0, B_y = 2f_0^\infty f(u - u_b) dy \quad \text{--- (5)}$$

$$X_* = 2^{\frac{1}{3}} \int_{M_*}^1 \frac{M_*}{(1-M_*)^{\frac{1}{3}}} dM_* \quad \text{--- (6)}$$

$$Q_* = 2^{-\frac{1}{3}} (1 - M_*)^{-\frac{1}{3}} \quad \text{--- (7)}$$

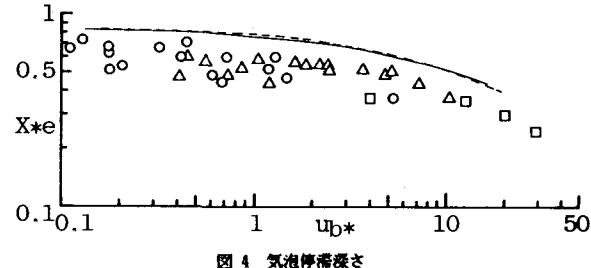


図4 気泡停滞深さ

$$M_* = M/M_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} y_w u_m^2 / u_i^2 b_i$$

$$Q_* = \frac{(1+\lambda^2)^{\frac{1}{3}}}{2\alpha^{\frac{1}{3}}} \frac{B_y^{\frac{1}{3}}}{M_0} Q$$

$$X_* = \sqrt{2}\alpha^{\frac{1}{3}}(1+\lambda^2)^{\frac{1}{3}} \frac{B_y}{M_0} x = \sqrt{2}\alpha^{\frac{1}{3}}(1+\lambda^2)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{u_i^2}{f_0 g b_i}\right)^{-\frac{1}{3}} \frac{x}{b_i}$$

$$\frac{M_*}{Q_*} = \frac{\sqrt{2}\alpha^{\frac{1}{3}}}{(1+\lambda^2)^{\frac{1}{3}}} \frac{v_3}{v_6} \left(\frac{u_i^2}{f_0 g b_i}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{u_m}{u_i} \quad \text{--- (9)}$$

$$(8) \frac{Q_*^2}{M_*} = \frac{\sqrt{2}(1+\lambda^2)^{\frac{1}{3}}}{4\alpha^{\frac{2}{3}}} \left(\frac{u_i^2}{f_0 g b_i}\right)^{-\frac{2}{3}} \frac{y_w}{b_i} \quad \text{--- (10)}$$

$$\frac{1}{Q_*} = \frac{2\alpha^{\frac{1}{3}}}{(1+\lambda^2)^{\frac{1}{6}}} \frac{\sqrt{\lambda^2}}{1+\lambda^2} \left(\frac{u_i^2}{f_0 g b_i}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{f_m}{f_0} \quad \text{--- (11)}$$

前式に実験値 f_0 , u_i , b_i , u_b ($=25\text{cm/s}$) を代入して x_e/b_i と $u_i^2/f_0 g b_i$ との関係を図4中にプロットした。実験値は理論値を若干下回っているが解析における取り扱いを考えればよくその傾向を説明していると言え、理論値は気泡停滞深さの上限を与えているものと考えられる。上式を x_e/b_i について示せば、次式となる。

$$\frac{x_e}{b_i} = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha^{\frac{1}{3}}(1+\lambda^2)^{\frac{1}{3}}} \left\{ \frac{u_i^2/f_0 g b_i}{0.142 \cdot (u_b^* + 9.1)} \right\}^{\frac{2}{3}} \quad \text{--- (14)}$$

今、次元解析によって求められた混入空気量の実験式(1): $(q_a/q \approx f_0)$ を上式に代入し、 x_e/H に書き直すと次式となる。

$$\frac{x_e}{H} = \frac{0.142}{a} \left[\left(\frac{H}{b_0} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{u_b}{u_0} \right)^3 \left(1 + 2 \frac{gH}{u_0^2} \right)^{-\frac{3}{4}} + 9.1 \left(1 + 2 \frac{gH}{u_0^2} \right)^{-\frac{3}{4}} \left(k_1 \left(\frac{\sqrt{gH} \cdot H^{1.4}}{v} \right) - k_2 \frac{gH}{u_0} \left(\frac{H}{b_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \quad \text{--- (15)}$$

上式に本実験条件 $b_0 = 1, 2 \text{ cm}$, $u_0 = 200, 300 \text{ cm/s}$ を代入して求められた結果を図3中に点線で示した。計算結果はほぼ実験値と合致していることから f_0 の実験式も妥当なものであると考える。又、上式において

$$u_b/u_0 \approx 0, (1 + 2gH/u_0^2)^{-\frac{3}{4}} \approx 1, k_3 \cdot gH/u_0^2 (H/b_0)^{1.2} \approx 0$$

とし、さらに $\alpha = 0.065$, $\lambda = 1.5$, $k_1 = 8.2 \times 10^{-9}$ を代入すれば

$$x_e/H = 2.462 \times 10^5 \cdot (\sqrt{gH}/H/v)^{-2.8/3}$$

となって、実験式(2)に一致していることが分る。

4. おわりに

本研究は、落下水の水面突入流れのもとで河床洗掘を誘起しない水深の限界は流速低減の弱い二次元流れでとらえておく方がより安全側の値を与えるとの考えのもとに行われたもので、水脈の落下高さは小さいものの空気混入空気量及び気泡停滞深さの関係が適切に評価されたものと考える。今後、三次元落下水によるこれらの関係を明らかにしていきたい。