

II-108 Residual Flow Procedure による断面二次元地下密度流の解析

官能大学 工学部 杉尾 哲  
University of Arizona C. S. Desai

1. まえびき

実地盤を対象とした海岸地下密度流の解析の多くは準一様流の仮定が用いられている<sup>1)</sup>。ほとんどの場合には妥当な解が得られるが、鉛直流速成分を無視できない場合、例えば地下ダムや矢板が下部の不透水層まで達していない場合には解析に無理があった。この点を改善するには鉛直方向にも空間分割して解析する必要<sup>2)</sup>があるが、従来の方法では非常に手間がかかり、実用的ではなかった。この点を考慮して、Residual Flow Procedure<sup>3)</sup>を適用する事を検討した。この手法は不圧地下水流を簡単に解く方法として提唱されたもので、不飽和領域を含めて全領域を一括して解く事に特徴があり、自由地下水面が変動しても Mesh を変更せずに解析するため、非常に有用な手法である。今回は最も基本的な、均質地盤へ海水が侵入する断面二次元流について検討した結果を報告する。

2. 基礎方程式

図-1の全領域の淡水の水頭中の変動を次式で表す。

$$S \frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{div} (K(\phi) \text{grad} \phi) + Q \quad \text{--- (1)}$$

$$K(\phi) = \begin{cases} K_0 - f_F(\phi) & \text{on } R_1 \\ K_0 & \text{on } R_2 \\ K_0 - f_S(\phi) & \text{on } R_3 \end{cases}$$

ここで S: 比貯留量, K(φ): 圧力の変数として表現した透水係数であり、図-1の領域 R<sub>1</sub> については図-2の様に、領域 R<sub>3</sub> については図-3の様に与える。すなわち領域 R<sub>3</sub> には海水と同じ水圧を持つ淡水が K<sub>0</sub> - f<sub>S</sub>(φ) の透水係数で流動していると仮定する<sup>4)</sup>。式-1の汎関数は

$$U(\phi) = \int_R \left[ \frac{1}{2} (K_0 - f) \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} - (Q - S \frac{\partial \phi}{\partial t}) \phi \right] dR \quad \text{--- (2)}$$

式-2で表され、四角形一次要素内の水頭分布を φ<sup>e</sup> = [N]<sup>T</sup>{φ} と表し、[B] =  $\begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial z \end{bmatrix} [N_1 N_2 N_3 N_4]$  とおくと δU(φ) = 0 を整理すると式-3が得られる。

$$[K_0] \{ \phi \} - [R_{FS}] \{ \phi \} + [S] \{ \dot{\phi} \} = \{ Q \} \quad \text{--- (3)}$$

$$\begin{aligned} \text{--- (3) } \\ [K_0] &= \int_R [B]^T [K] [B] dR, \quad [R_{FS}] = \int_R [B]^T [F] [B] dR, \\ \{ Q \} &= \int_R [N]^T \{ Q \} dR, \quad [K] = \begin{bmatrix} K_x(\phi) & 0 \\ 0 & K_z(\phi) \end{bmatrix}, \quad [F] = \begin{bmatrix} f_x(\phi) & 0 \\ 0 & f_z(\phi) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式-3の左辺第二項が Residual Flow 成分である。

3. 定常解

定常状態の解は、式-3の左辺第三項を消去した式から求める。マトリックス [R<sub>FS</sub>] が未知なので、計算は Iteration を用いる。ここに n 回目の計算は式-4で表す。

$$[K_0] \{ \phi \}^n = \{ Q \} + [R_{FS}]^{n-1} \{ \phi \}^{n-1} \quad \text{--- (4)}$$

マトリックス [K<sub>0</sub>] は不変だから、n-1 回目の計算で求めた φ から各要素の平均圧力を計算して、R<sub>1</sub>, R<sub>3</sub> の領域の [R<sub>FS</sub>] だけを修正しながら |φ<sup>n</sup> - φ<sup>n-1</sup>| / φ<sup>n-1</sup> ≤ ε を満足するまで実行する。自由地下水面の位置は、各節点の φ から圧力を算定して各要素の平均圧力を求め、自由地下水面の境界条件 p=0 を満足する位置を内挿計算により算定することにより得られる。また淡水境界面の位置は、R<sub>3</sub> の領域の海水が停滞していると考え、淡水境界面上の海水圧が海水の静水圧に等しく与えられるから、各要素の平均圧力を求めて、淡水境界面の境界条件 p<sub>3</sub> = p<sub>S</sub> を満足する位置を内挿計算により算定することにより得られる。例えば図-1の AC 面上の水頭分布は図-4の様になり、C 点と同じ水頭を持つ位置を探ることにより、AC 面上では淡水境界面が B 点に位置すると決定される。なお領域下流端に隣接して透水係数が K<sub>0</sub> に比べて非常に大きい値を持つ屈折帯を設け、その下流側で下流の境界条件を与える解法を用いているため、領域下

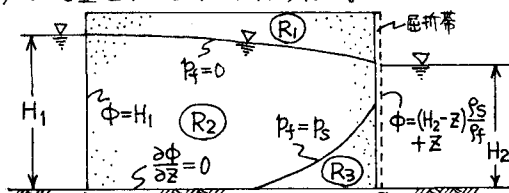


図-1 解析領域と境界条件

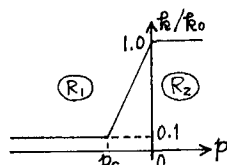


図-2 R<sub>1</sub>領域の透水係数

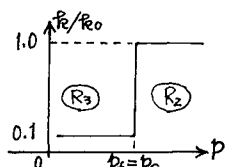


図-3 R<sub>3</sub>領域の透水係数

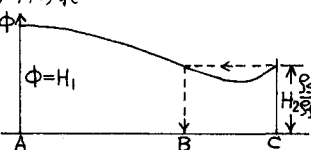


図-4 AC面上の水頭分布

流端の水面付近の水頭は、下流境界の水頭 \$H\_2\$ より大きくなり、その結果、自由地下水面および浸塩境界面の下流端位置は下流水面と一致せず、浸出面が算定される。

4. 非定常解

淡水と海水の平衡状態が \$t=0\$ 時に壊れ、別の平衡状態へ遷移する過渡状態の浸塩境界面の変動を考える。式3に  $\dot{q} = \{q(t+\Delta t) - q(t)\} / \Delta t$  を代入して差分表示すると、式4と同じ式形に整理される。

$$\{[R_0] + [S] / \Delta t\} \{q\}_{t+\Delta t} = \{Q\}_{t+\Delta t} + [R_{fs}] \{q\}_{t+\Delta t} + [S] \{q\}_t / \Delta t \quad (5)$$

この場合も \$[R\_{fs}]\$ が未知なので Iteration を用いて計算するが、\$t+\Delta t\$ 時の \$n\$ 回目の計算は

$$\{[R_0] + [S] / \Delta t\} \{q\}_{t+\Delta t}^n = \{Q\}_{t+\Delta t} + [R_{fs}]^{n-1} \{q\}_{t+\Delta t}^{n-1} + [S] \{q\}_t / \Delta t \quad (6)$$

と表し、1回目の計算では  $\{q\}_{t+\Delta t} = \{q\}_t$  と置く。

自由地下水面の境界条件は、非定常時も \$p=0\$ と与えられるから、自由地下水面の位置は定常解と同様に、各時刻の \$q\$ から各要素の平均圧力を求めることにより得られる。(ただし非定常時の浸塩境界面上の海水圧は未知なので、浸塩境界面の位置 \$z = \eta(x, t)\$ は関式により追跡する。  $\partial \eta / \partial t = (R_0/n) (\partial \phi / \partial x \cdot \partial \eta / \partial x - \partial \phi / \partial z)$  )

$$\text{計算は式8で行った。} \quad \eta_{t+\Delta t}^n = \eta_t + \frac{R_0 \Delta t}{2n} \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{t+\Delta t}^n + \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_t \right\} \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{t+\Delta t}^{n-1} + \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_t \right\} - \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{t+\Delta t}^n + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_t \right\} \quad (7)$$

また式6のマトリックス \$[R\_{fs}]\$ の決定に際しても、 \$p\_0\$ が未知であるため、図3の通りに、浸塩境界面の位置が各要素の中心位置より近い場合には、その要素は領域 \$R\_2\$ に属すると考え \$R\_0\$ を与え、逆に高い場合は領域 \$R\_3\$ に属すると考え \$R\_0 - f\_s(p)\$ を与えている。なお式8の水頭勾配は、浸塩境界面の先端付近は浸塩境界面上とその下側の要素の値を用い、それ以外は浸塩境界面上とその上側の要素の値を用いている。

5. 実験結果との比較

以上の手法を用いて、上流端の淡水位が急に低下した場合を計算し、すでに行った砂モデルによる実験結果<sup>5)</sup>と比較すると図5の様になる。定常状態の浸塩境界面の位置が下流側でやや低めに計算され、非定常初期に、不透水層面付近で浸塩境界面の進行がやや速く計算される傾向にあるが、いずれもその差はわずかであり、計算結果は十分な精度を持つているものと考えられる。

6. あとがき

以上の様に均一な不圧浸透層内の海水が侵入する場合の断面二次元流を Residual Flow Procedure を用いて解析した。従来の解析では、淡水と海水について、それぞれの基礎方程式を解く必要があるばかりでなく、自由地下水面と浸塩境界面の両方を追跡する必要があったが、本手法では淡水についての基礎方程式だけを解き、浸塩境界面を追跡するだけで解が得られている。この様に簡便な解析手法は、特に三次元の解析に有用であると考えられる。

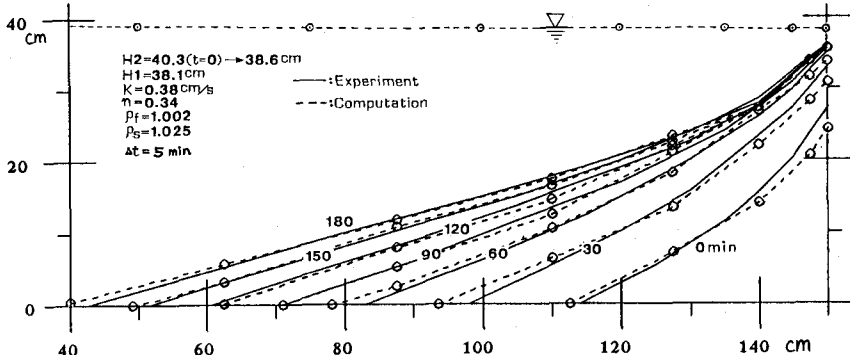


図5  
計算結果と砂モデルによる実験結果との比較

参考文献

- 1) SUGIO & NAKADA: Protection of groundwater reservoir against seawater intrusion, 4th APD-IAHR, pp.1567-1578, 1984
- 2) BEAR: Hydraulics of groundwater, New York, McGraw Hill Inter. Book Co., pp.425-433, 1979
- 3) DESAI & LI: A residual flow procedure and application for free surface flow in porous media, Adv. in Water Res., Vol.6, pp.27-35 March, 1983
- 4) 上田, 杉尾: 暗きからの淡水注入による浸塩境界面の解析, 土木学会論文報告集, 第225号, pp.43-52, 1974年5月
- 5) 中田, 白地, 杉尾: 淡水流出幅を考慮した二次元地下浸透流の数値解析(初報), 第37回年講予報, pp.415-416, 1982