

1. はじめに

境界要素法が有限要素法や差分法のような領域型解析手法に比べて有利な点は、微分方程式を積分方程式に変換することで積分の積算次数が1つ下がることのみならず、微分方程式の積分が解析的に行なえるところにある。すなわち、境界上のデータのみを用いて境界上の物理量およびその導関数が計算精度を落すことなく決定できる。そのため、境界要素法は流れの境界が流れの状態に応じて変化するような水理現象の解析に有効と言える。この種の研究は歴史も浅く、従来においては定常自由水面問題や非定常拘束問題に関する数値計算に限られていた。が、最近 Liggett¹⁾ や山下²⁾ により興味深い非定常浸透流解析が試みられている。しかしながら前者は一次元流れにもとづく不圧帯水層中の塩水くさびの解析であり、後者は非定常自由水面問題に留まる。

そこで、本報は不圧帯水層中の塩水くさびを解析の対象として、境界積分方程式法の地下密度流解析への有効性および妥当性を検討したものである。以下に、得られた知見を報告する。

2. 実験装置および実験方法

実験は図-1のヘルシヨウ装置を用いて行われ、ヘルシヨウ部分（長さ0.6 m）の幅は1mmおよび2mmである。上流側水深を周期的に変化させる場合は、カムを装着した水深変動装置を图中的a-aの箇所に取り付ける。また、降雨浸透を想定して直径1.5cmの塩化ビニール製パイプに6cmごとに注射針を付けた降雨シミュレータがヘルシヨウ装置の上部に設置される。さらに、下流側での淡水（オイルAに相当）流出量は0.1gまで読み取り可能なデジタル式重量計により求められる。

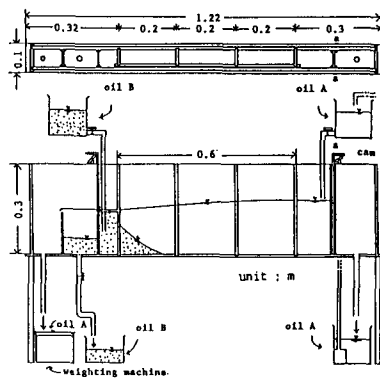


図-1 実験装置

3. 基礎方程式および自由水面、浸塩境界面における諸条件

解析領域は図-2のような不圧帯水層とし、浸塩水間の混合・拡散は無視できるものとする。浸塩水域にダルシー則と連続条件を適用すると、ピエゾ水頭中に関するラプラス方程式が得られる。 $\nabla^2 \phi_i = 0$ ---- (1) ここに、 i は領域（淡水域を1、塩水域を2）を表わす。境界積分方程式のグリーン公式による定式化は次のように表現される。

$$\pi \phi(P) = \int_S \{ \phi_i \frac{\partial \ln r}{\partial n} - \ln r \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial n} \} dS \quad (2)$$

ここに、 r は対象とする境界 S 上の点 P と S 上の他の点とを結ぶ直線距離、 n は単位外向法線である。浸塩境界面においては力学的条件式(3)と運動学的条件式(4)を介して、領域1, 2にわたり ϕ および $\partial \phi / \partial n$ が連続される。

$$\phi_1 = S \phi_2 - (S-1)Z \quad \text{on } z = h_2 \quad (3) \quad \frac{\partial h_2}{\partial t} =$$

$$-k_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} / \cos \beta = k_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} / \cos \beta \quad (4) \quad \text{ここに、}$$

h_2 は基準面から浸塩境界面までの鉛直距離、 k は透水係数、 β は浸塩境界面と x 軸とのなす角である。一方、自由水面では式(3)、式(4)に対応して、 $\phi_1 = h_1$ ---- (5)

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = -k_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} / \cos \alpha \quad (6) \quad \text{となる。ここに、}$$

h_1 は基準面から自由水面までの鉛直距離を、 α は自由水面と x 軸とのなす角を表わす。

4. 境界積分方程式の離散化および解析手順

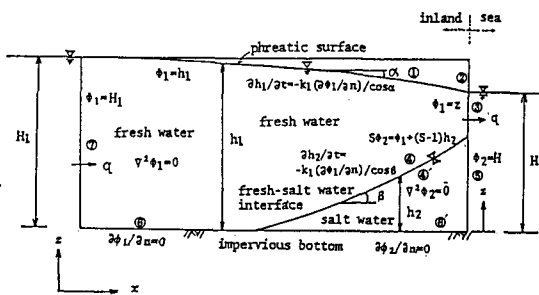


図-2 解析モデルおよび境界条件

境界を有限個の要素に分割し式(2)を離散化すると、次の境界要素方程式を得る。 $[G]\{\partial\phi/\partial n\}=[H]\{\phi\}$ ----(7) 式(7)の左辺は二重層ポテンシャル、右辺はchauchyの主値を考慮した一重層ポテンシャルを表現した離散化方程式に相当する。図-2の境界条件に従って式(7)における未知境界量を左辺に、既知境界量を右辺にそれぞれ移項し、対応する係数マトリックス $[G]$ 、 $[H]$ の列ベクトルを入れ換えた後、ガウスの消去法を用いて未知境界量が求定される。かくして新しい時間ステップ(Δt 後)の自由境界の位置は自由境界上の $\partial\phi/\partial n$ を式(4)、(6)の差分式に代入して求定される。さらに下流側(境界②)での浸透流量 q は次式より求められる。 $q = \int_{S_2} k(\partial\phi/\partial n) dS_2$ ---- (8)

5. 計算値と実験値の比較および考察

図-3は塩水くさびと自由水面の形状に関する実験値と計算値を比較したものであり、(a)は計算の初期条件を、(b)は定常状態における結果をそれぞれ示す。図中にはデュポイの準一様流れにもとづく解析値も併示されており、実験および数値計算の妥当性がこの結果より示唆される。

図-4は上流側水深を160秒間に、振幅3.2cmで上昇・下降(一定速度で)させたときの結果であり、計算値は k と潮水値 H で無次元化される。この場合、自由水面は上昇過程で下に凸、下降過程で上に凸な形状を呈しながら変化するが、計算値はこの特性を再現している。一方、浸塩境界面はこの程度の周期ではほとんど変化しない。図-5は下流側において淡水に相当するオイルAの流出ハイドログラフを示しており、 $t=0$ は水深の上昇開始時刻に対応する。流出量は水深変化に相当する周期でもって(遷移時間はあるが)変化することが計算値と実験値よりわかる。

図-6は降雨浸透に伴う自由水面と塩水くさびの経時変化($\omega/k = 0.037$, ω : 浸透量)を表す。計算結果は以下のような水理学的特性を再現することができる。(i)水面は降雨開始とともに上昇し、塩水くさびよりも早く定常に達する。(ii)塩水くさびは最初浸塩境界面が低下し(下流側ほど顕著)、その後くさび先端が海岸に向かって後退するように変化する。図-7は下流側での流出ハイドログラフを表す。浸透流出量は初期に急激に増大し、十分時間が経過した後一定値になる。この流出量と時間 t との関係は次式で表現される。 $q/kH = a\{1 - \exp[-b kt/H]\} + C$ ---- (9) ここに、 $a = 0.031$, $b = 0.06$, $C = 0.017$ 。

以上のように、本研究では自由水面自身が非定常変化する場を種々とり挙げ、それに伴う不圧帯水層中の塩水くさびの非定常解析を試みた。その結果、境界積分方程式法は有効な手法であることが検証され、その他の非定常自由水面・内部境界問題への適用も可能と考えられる。

【参考文献】① Liggett: Water Resources Research, Vol.20, 1984 (2) 山下ら: 土木学会論文報告集, 7336号, 1983

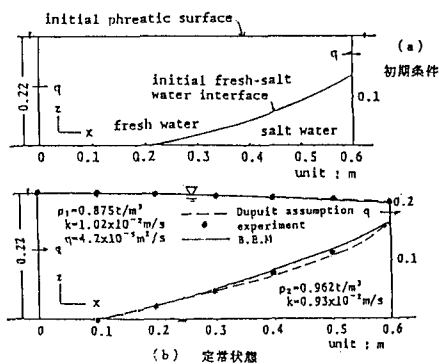


図-3 塩水くさびと自由水面の形状

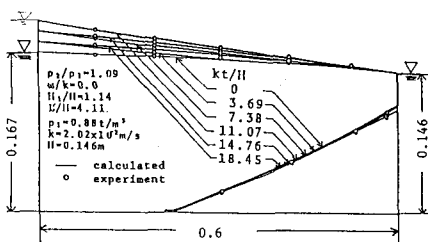


図-4 塩水くさびと自由水面の形状

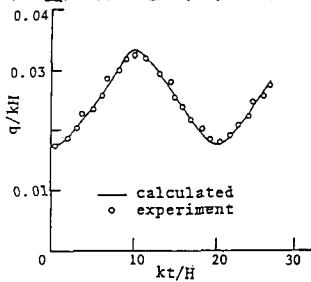


図-5 流出ハイドログラフ

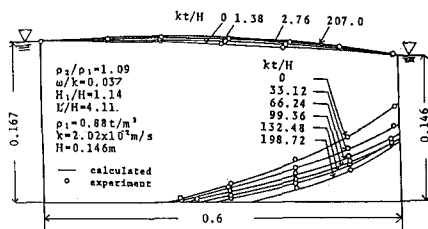


図-6 塩水くさびと自由水面の形状

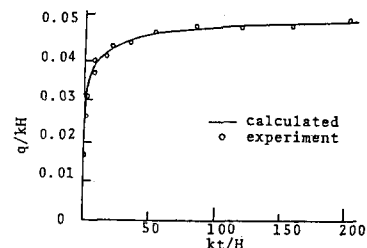


図-7 流出ハイドログラフ