

東京工業大学大学院 渡辺 明英
 東京工業大学工学部 正員 瀧岡 和夫
 東京工業大学工学部 正員 日野 幹雄

1. はじめに

山腹斜面内の雨水流動の形態をlumped modelによらずに浸透流に関する基礎方程式を直接数値計算することで求め、流出解析を行おうとする気運が高まってきている。しかし、実際の斜面の形状や構成土壌の特性や層厚などは3次的に変化しており、これらの複雑な流域特性をそのままの形で数値計算の中へ簡潔に取り入れることは依然として難しい。不飽和浸透流の計算には従来、差分法や有限要素法が用いられている。この内、有限要素法は任意の境界形状を簡単に取り込めるという利点がある反面、3次元地形を対象にした場合定式化がかなり煩雑になることや3次元非定常計算では要素数を多くできないという難点が存在する。これに対して差分法は基礎式をそのまま差分近似することで定式化が容易に行えるが、一般に直交格子を用いるために複雑な形状を十分に表現できず、そのため境界条件の与え方が問題となる。しかしながら差分法においても、対象領域に対してその形状に合った一般座標系を導入し、座標変換すれば、先に挙げた問題は簡単に克服することができ、現有の大型コンピュータで十分実地形での流出解析が可能になると思われる。

そこで本研究では、境界形状に沿った一般曲線座標系を導入した差分法による3次元飽和-不飽和浸透流数値モデルを開発することを試みた。なお、今回示す一般座標系による不飽和浸透流数値モデルは、本研究で既に開発された2次元数値モデルを3次元に拡張したものである。

2. 3次元飽和-不飽和浸透流の数値計算

1) 数値計算モデル

基礎方程式は、等方性を仮定した場合のRichardsの不飽和浸透式〔式(1)〕を用い、土壌の物理特性は一つの層内では場所によらず一様であるとする。式(1)はデカルト座標系 $\Sigma=(x_1, x_2, x_3)$ で表わされているが、これに対し一般座標系 $\xi=(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ を導入し座標変換を行えば式(2)を得る。ここで導入する座標系は、境界形状を数値モデルに取り入れるために座標系が境界形状と一致するようなものでなければならない。式(2)の中に現れる座標変換のためのパラメータはそれぞれ式(3)-(a)(b)に示す通りである。このように座標変換を行うと変換空間上において一般座標系は直交格子となっており、従って式(2)は通常差分法を用いることで容易に解くことができる。

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = K \left\{ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_j^2} + \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \psi}{\partial x_j} \right\} \quad (j=1 \sim 3) \quad (1)$$

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = K \left\{ \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi_i \partial \xi_j} + \left(\frac{\partial^2 \xi_j}{\partial x_k^2} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi_j} \right\} \quad (2)$$

$$+ \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \right) \frac{\partial K}{\partial \xi_i} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \frac{\partial K}{\partial \xi_j} \quad (i, j, k=1 \sim 3)$$

$$\left[\frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} \right] = \left[\frac{\partial x_k}{\partial \xi_i} \right]^{-1} \quad (3)-(a)$$

$$\frac{\partial^2 \xi_l}{\partial x_m^2} = \left(\frac{\partial \xi_l}{\partial x_n} \right) \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \right) \frac{\partial^2 x_n}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \quad (3)-(b)$$

(m=1~3) (n=1~3; l, j, k=1~3)

$$\begin{aligned} \varphi_n &= S_n \left(K \frac{\partial \psi}{\partial x_n} \right) \\ &= \left(\det \left| \frac{\partial x_i}{\partial \xi_m} \right| \right) K \left\{ \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi_i} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \right\} \quad (4) \\ &\quad (i, j, k=1 \sim 3) \end{aligned}$$

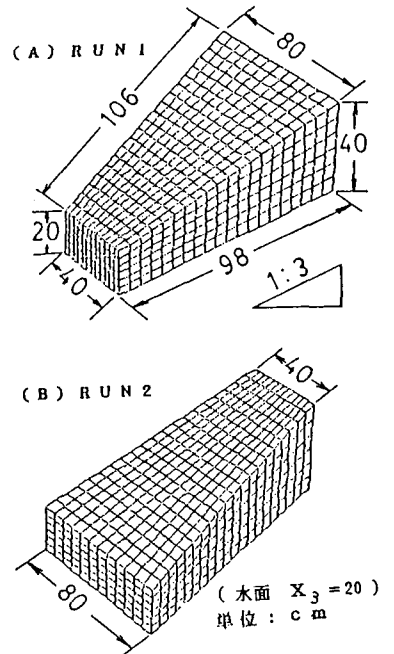


図1 地形図

また、境界条件は壁面上の各格子点において圧力水頭または壁面を通過するフラックスの形で与える。すなわち、自由水と接する面では静水圧分布を、不透水壁ではフラックスが0という条件を与え、地表面では、不飽和のときには降雨が全て浸透するという条件を与え、浸透能を越えると湿潤状態になるとし、湿潤面では大気圧を与える。また、降雨量と浸透量の差が地表流になり、地表流は急速に流下するとした。ただし、境界 $\xi_x - \xi_y$ 面を通過するフラックスは式(4)のように与えた。

2) 計算結果

上述の方法による浸透流の数値計算を2例 (Run1, Run2) 行った。初期条件として静止平衡状態を選び、15分後に雨量強度18mm/hrのピークを持つ三角波形降雨を、図1-(A)に示した上端側に比べ下端側が狭い様勾配の斜面に与えた時の結果がRun1であり、図1-(B)に示した逆に下端側の方が広い斜面に与えた時の結果がRun2である。なお、土壌物理特性は図2に示すものを与えた。

またRun1・Run2とも計算にはHITAC M280-H(scalar)を用い、13*21*7のmesh数に対し1分刻みで2時間分の計算を行うのにCPU-TIMEで約270sec程かかった。

図3にRun1・Run2の結果をハイドログラフで示した。またRun1の結果については、降雨開始20分後の中央面での全水理ポテンシャルのコンターと水面位置を図4に各格子点での流速ベクトルを図5に示した。さらに、同時刻のRun1・Run2における地表面での圧力水頭のコンターを図6に示した。

図3より、まず地中流成分を見るとRun1はRun2に比べ排水強度が低いこれは主に下端の面積の違いによるものである。またRun1・Run2とも降雨のピークを過ぎてから次第にピークに達し、降雨終了以後極めて緩やかに減少する。これは、与えられた降雨が三角波形であることや、また図4・5を見ればわかるように主に流出に関与しているのは、capillary fringe 効果により水面が上昇し流下方向に流れが生じている初期状態において飽和度が高かった下端部分であり、層厚が厚く元々飽和度の低かった上端側に降った雨水は下の不透水壁まで達しておらず、そこで一時保留されるという2元的な地形の影響のためであると思われる。また地表流については地中流ほどRun1とRun2に違いがない。地表流の発生原因は下端近く

の部分での浸透能の低下によるものであるから、従って地形(A)の方が地形(B)よりも浸透能の低下の割合がやや大きかったことが推測される。また図6より下部の両端においてRun1ではやや水分がたまりRun2においては逆に水分がぬけていることがわかる。これは僅かではあるが地形の3次元性による影響があることを示している。図4

3. おわりに

以上の結果より、本研究で開発した3次元不飽和浸透流の数値モデルが雨水の浸透・流出の現象を解析し得ることが確かめられた。また、本数値モデルは一般座標形を用いており複雑な地形に対しても適応可能であり、より一般的な地形の斜面について同様な方法で不飽和浸透流の計算を行うことを目下試みている。

謝辞) 本研究は科研費特定研究(1)「比較河川学の研究」(代表岸力)の補助により行われたことをここに付記して感謝の意を表します。
参考文献) 渡辺・灘岡・日野 第30回水理講演会論文集 1986.2 p397

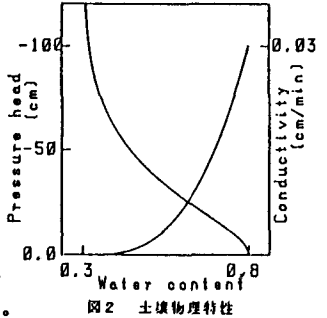


図2 土壌物理特性

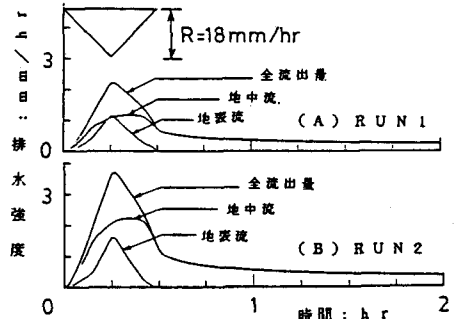
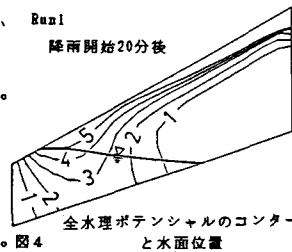


図3 ハイドログラフ



Run1 降雨開始20分後

全水理ポテンシャルのコンターと水面位置

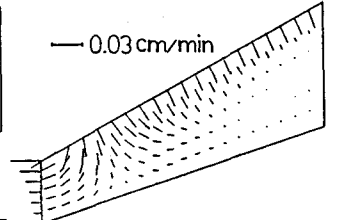


図5 各格子点での流速ベクトル

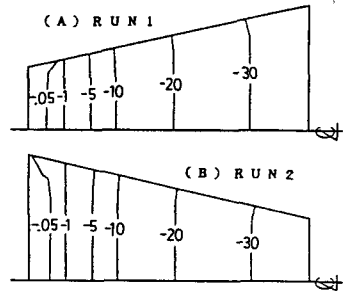


図6 地表面での圧力水頭のコンター