

名古屋大学工学部 正員 ○原田守博  
名古屋大学工学部 正員 高木不折

### 1. はじめに

従来、広域の地下水流动の解析には確定論的な物理モデルが多用され、観測水位データを用いてモデル・パラメータの同定・解析結果の検証がなされてきた。しかし、実際の地盤は不均質であって、地下水状態は空間的に複雑に変化することが多い。特に不圧地下水位は、降雨の影響を受けて場所的にまちまちな応答をする場合が少なくない。このような場合、井戸による観測水位をそのまま観測地点付近の空間的代表値と考えるには問題がある。したがって、井戸の水位から空間的な地下水状態を推測する際には、観測データのものづ不確定性を定量的に評価しておくことが必要となる。本研究は、丘陵地域における地下水位データを用いて、地下水位の空間状態とそのばらつきの時間的変動性を、統計的な手法によって、検討したものである。

### 2. 観測水位データ

観測地域は、濃尾平野北東端の小牧東部丘陵に位置しており、東西500m南北300mの緩やかな傾斜地域に8本の不圧地下水観測井が配置されている。それらの井戸において測定された地下水位データを図-1に示す。これは、9月末に100mmを越す豪雨があった後、約3ヶ月余りにわたって無降雨に近い期間が続いた時のもので、豪雨に伴って鋭い水位上昇がみられる井戸から殆ど応答しない井戸まで、多様な水位変動が示されている。こういった水位変動の不規則性は、帶水層の不均質さや降雨浸透の空間的非一様性に起因するものと考えられる。以下では、これらの観測データを確率的な事象とみなし、地下水状態の時間的变化を検討するために、図中の6つの時間断面(ST. 1~6)において、統計的な状態推定法である Kriging 法を適用する。

### 3. Kriging 法<sup>1)</sup>

Kriging 法は、空間的に複雑に変化する状態変数を確率場における実現値と考え、限られた観測データから統計的な空間構造である variogram を求め、それを媒介として観測値をもとに非観測点の状態推定を行なうものである。状態変数を  $Z(x)$  とするとき、推定量は次式を満たす最良線形不偏推定量(BLUE)である。

$$E[\hat{Z}(x)-Z(x)] = 0, \quad \text{var}[\hat{Z}(x)-Z(x)] \rightarrow \min., \quad \hat{Z}(x) = \sum_i \lambda_i Z_i$$

ここに、 $\hat{Z}(x)$  は地点  $x$  における BLUE,  $Z_i$  は観測点  $i$  における観測値 ( $i=1 \sim n$ ),  $\lambda_i$  は  $Z_i$  の荷重係数である。確率場に対して、2次の Stationary よりも弱い Intrinsic hypothesis、即ち  $E[Z(x_i)-Z(x_j)] = 0, \text{var}[Z(x_i)-Z(x_j)] = 2\gamma(D_{ij})$ ,  $D_{ij} = |x_i - x_j|$  を仮定すると、任意の推定点  $x$  に対して Kriging 方程式は

$$\sum_j \lambda_j \gamma(D_{ij}) + \mu = \gamma(D_i), \quad \sum_j \lambda_j = 1, \quad D_i = |x - x_i| \quad (1)$$

ここに、 $\mu$  は Lagrange 定数、 $\gamma(D)$  は variogram と呼ばれる。上式を解くことにより  $\lambda_i$  と  $\mu$  が定まり、 $Z$  の BLUE が求められる。なお、推定値の誤差である Kriging 分散は次式で計算される。

$$\text{var}[\hat{Z}(x)-Z(x)]_{\min.} = \sum_i \lambda_i \gamma(D_i) + \mu \quad (2)$$

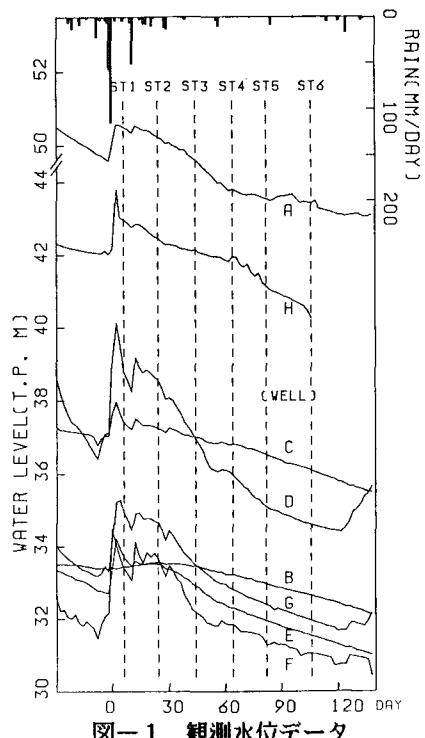


図-1 観測水位データ

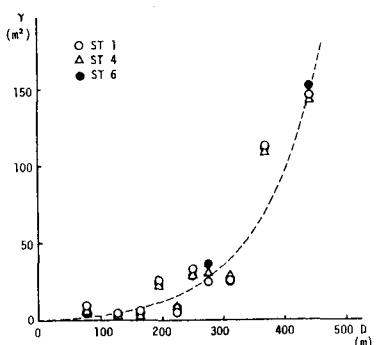


図-2 地下水位の variogram

#### 4. 地下水状態の空間分布構造

観測地点における地下水状態を表わす水理量として、地下水位（標高値） $H$ と水位変動速度 $\dot{H}$ （ $= \partial H / \partial t$ ）をとりあげる。これらに関する variogram  $\gamma(D)$  を求めるにあたって、観測井間の距離を30m毎にクラス分けし、 $H$  又は  $\dot{H}$  の観測値の差の分散を計算した。

図-2は地下水位 $H$ の  $\gamma(D)$  を示している。 $\gamma$  は  $D$  に関して放物線的に増加しているが、時間的に大きな変化はみられない。各地点の地下水位が時間的に変動をしているにも拘らず、 $\gamma$  にその影響が現れないのは、 $H$  の空間分布が時間に依存しない強いトレンドをもっているためと考えられる。今回の場合、観測地域の地層が単斜構造を成しており、地下水位は帶水層の傾斜を反映しているのであろう。したがって、 $E[Z(x)] = \text{const.}$  の条件は成立せず、前述の解析手法を適用するには、トレンドの処理が必要となる。

一方、水位変動速度 $\dot{H}$  に関する  $\gamma(D)$  は図-3のようである。各時刻(ST)において、 $\gamma$  の値はかなりばらついているものの、 $D$  に関してオーダー的にはほぼ一定の範囲にある。これは、 $\dot{H}$  の空間分布が非常に不規則なものであることを意味している。ここでは、 $\gamma(D)$  を関数形として表現するために、次式を用いた。

$$\gamma(D) = a(1 - \exp(-D/b)) \quad a, b : \text{const.} \quad (3)$$

上式の  $b$  は、現象の空間スケールに係わる値であるが、便宜的に  $b=50\text{m}$  とした。回帰された  $a$  は、時間的には図-4のように指数低減しており、 $\gamma(D)$  が急速に減少することを示している。

#### 5. 地下水位変動速度の空間推定

(3)式によって表現された variogram を用いて、 $\dot{H}$  の Kriging 推定を行なった。結果の一部を図-5に示す。(a)は豪雨直後の状態(ST.1)であって、Kriging 推定値(実線)は、井戸Dで高く尖り、井戸Bでは逆に深くなる等、複雑な空間分布を呈している。一方、(b)は無降雨期間が約100日続いた後の状態(ST.6)であり、 $\dot{H}$  の分布は非常に滑らかなものに変わっている。さらに両者の Kriging 分散(破線)を比較すると、推定値の信頼度が随分異なっていることがわかる。こうした差異は、 $\dot{H}$  の  $\gamma(D)$  が図-4のように時間とともに指数関数的に減少するためである。したがって、不圧地下水の空間状態は、降雨によって大きく乱された後、無降雨期間の経過によって急速に一様化していくものと考えることができる。

#### 6. 今後の課題

観測データをもとに、不圧地下水状態、特に水位変動速度の空間分布が降雨によって大きく変動することを示した。今後は、このような実際現象のもつ不確定性を如何にして定量的に評価し、従来からの確定論的な解析に反映させるかを考えて行きたい。

#### 《参考文献》

- Delhomme, J.P.(1978) : Kriging in the Hydrosciences, Advances in Water Resources, Vol.1, No.5, pp.251-266.

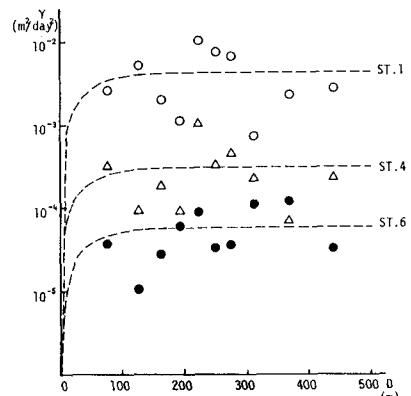


図-3 水位変動速度の variogram

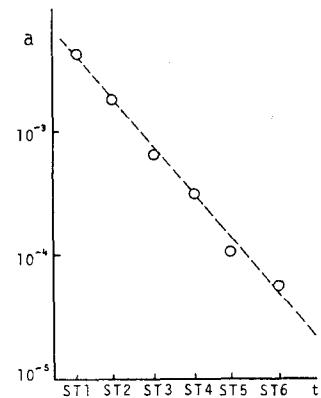


図-4 variogram の時間的変化

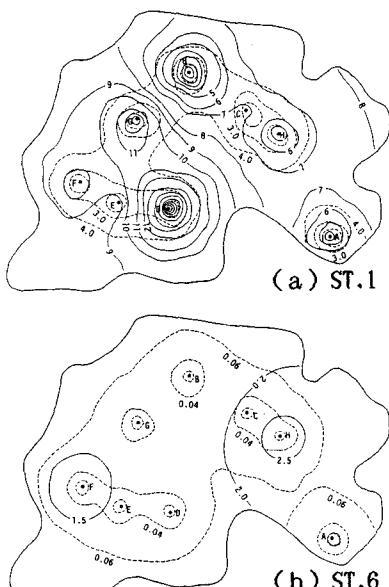


図-5  $\dot{H}$  の Kriging 推定値・分散  
(m/day,  $\times 10^{-2}$ ) ( $\times 10^{-3}$ )